MUKAVEMET

PROF.DR.MEHMET TUNÇ ÖZCAN

ADANA
2014

ÖNEMLİ UYARI
BU DERS NOTU YAZIM HATALARINA KARŞI KONTROLÜ TAM OLARAK BİTİRİLMEMİŞTİR.
HATALI GÖRÜLEN YERLERİN
-SAYFA.
-SATIR VE
-HATALI YAZIM
BİLGİLERİNİ LÜTFEN
MTOZCAN@CU.EDU.TR
ADRESİNE BİLDİRİNİZ.

Mekanik, kuvvetlerin etkisi altında cisimlerin denge ve hareket şartlarını inceleyen bilim dalıdır. Mühendislik mekaniği mekanik kanunlarının mühendisliğe uygulanmasıdır. Bu anlamda mühendislik eğitiminin temel konusunu oluşturur. Üç ana başlık altında incelenir;

a) Rijit (katı) cisimlerin mekaniği
    1) Statik; cisimlerin durağan hallerini inceleyen bilim dalı. Cisimlerin denge durumunu inceler.
    2) Kinematik, cisimlerin hareket halinde hız, ivme ve yörüngelerini inceler.
    3) Dinamik; cisimlerin kuvvet etkisi altında hareket, ve enerji değişimlerini inceler.
b) Mukavemet; esnek cisimlerin mekaniğidir. Kuvvet etkisi altında cisimlerde ortaya çıkan gerilme ve uzamaları inceler. Cismin kopmasına neden olan etkiyi araştırır.
c) Hidromekanik; akışkanların mekaniği olarak tanımlanabilir. Akışkanların hareketini, kuvvet etkisi altında enerji değişimlerini inceler.
    1) Sıvı akışkanların mekaniği. Sıkıştırılamayan akışkanların mekaniğidir.
    2) Gaz akışkanın mekaniği. Sıkıştırılabilen akışkanların mekaniğidir.

Mekanik bilimi çok eski bir bilim dalıdır. Aristoteles (MÖ 384-322) ve Archimedes (MÖ 287-212) zamanına kadar gerilere gitmektedir. O zamanlarda palangaların, çıkrıkların, kaldıraçların kullanıldığını ve bir çok önemli mühendislik problemlerinin bu yolla çözüldüğünü biliyoruz. Mekaniğin bilim olarak tanımlanması ancak Newton (1642-1727) sayesinde olmuştur. O güne kadar daha çok basit hesapların yapılabildiği mühendislik uygulamaları olarak görülen mekanik, Newton yasaları ile bir bilim dalı haline gelmiştir. Bu gelişmeden sonra çok önemli atılımlar yaparak sanayi çağının başlamasını sağlamıştır.
Newton, mekanik bilimine çağ açan üç yasa geliştirmiştir, Bunlar;

1. Yasa: Bir maddesel noktaya etkiyen bileşke kuvvetin sıfır olması halinde, maddesel nokta başlangıçta hareketsiz ise hareketsiz kalır. Başlangıçta hareket halindeyse, bir doğru üzerinde sabit hızla, ivmesiz, hareket eder.
2. Yasa: Bir maddesel noktaya etkiyen bileşke kuvvetin sıfırdan farklı olması halinde, bu maddesel nokta bileşke kuvvetin şiddeti ile doğru orantılı ve bileşke kuvvetin doğrultu ve yönünde, ivmeli hareket eder.
3. Yasa: Birbirine değen cisimler arasındaki etki ve tepki kuvvetleri aynı şiddettedir, aynı etki çizgisi üzerindedir ve zıt yöndedirler.

Kuvvet
Kütleli bir cisme hareket kazandıran etkidir. Durağan cismi harekete geçiren, hareket halindeki cismi yavaşlatan yada durduran etkidir. Bu etki bir eksen doğrultusunda gerçekleşirse doğrusal hareket oluşur. Kuvvet bir eksene bağlı cisme eksenden belirli uzaklıkta etki ederse hareket dairesel olarak gerçekleşir. Hem doğrultusu ve yönü hem de büyüklüğü olan kuvvet vektörel bir niceliktir. Newton'un ikinci yasasına göre sabit kütleli bir cisim, üzerine uygulanan bileşke kuvvetle doğru cismin kütlesi ile ters orantılı bir şekilde hızlanır.
Bir cisim üzerine etkiyen bir bileşke kuvvet onun momentumunun değişmesine neden olur.
Dolayısıyla:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Momentum p=mv

$$\vec{F} = \frac{dm}{dt}v + m\frac{dv}{dt}$$

Eğer kütle (m) değişmezse (mesela roketlerde değişir)

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

zamana bağlı olarak kütle değişimi sıfır olduğunda kuvvet için eşitliğin sadece ikinci kısmı önemlidir.

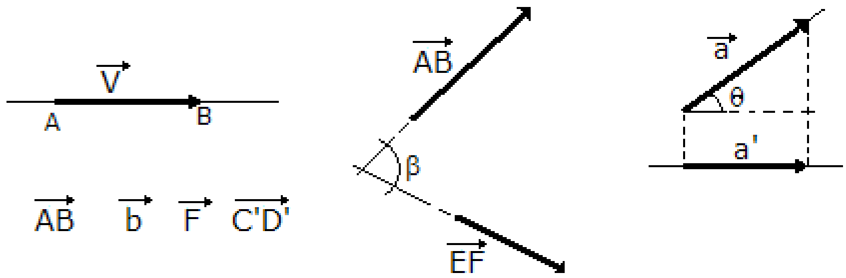
Kuvvet ($\vec{F}$), kütle m, ivme de $\vec{a}$ olmak üzere,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

şeklinde ifade edilir.

Kuvvet, niteliği gereği yöneysel (vektörel) bir büyüklüktür, belirleyici dört unsuru vardır; başlangıç noktası, doğrultusu, şiddeti ve yönü. Birimi de Newton (N) ya da ($kg.m/s^2$)'dir.

Vektör; doğrultusu, yönü ve şiddeti belli fiziksel bir büyüklüktür. Ucunda bir ok bulunan doğru parçası ile grafik gösterimi yapılır (şekil 1). Hız, ivme, kuvvet gibi büyüklükler de birer vektörel büyüklüktür.



Şekil 1. Vektörel büyüklüklerin grafik gösterimi

Kuvvet birimleri,

SI birim sisteminde	Newton (N)
CGS birim sisteminde	Dyne (dyn)
MKS birim sisteminde	Kilogram-Kuvvet (kg-f)

Kuvvet birimi Newton dur. (N) simgesiyle gösterilir. Kütlesi 1 kg olan bir cismin hızını, saniyede 1 m/s (ivmesini $1m/s^2$) arttırmak için o cisme uygulanması gereken kuvvet miktarı olarak tanımlanır. Kuvvet birimi olarak kütle ile ivmenin çarpımından elde edilen ($kg.m/s^2$) birimi de kullanılmaktadır.

Kilogram kuvvet (kg-f), kütlesi 1 kg olan bir cismin, standart yerçekimi altında uyguladığı kuvvetin adı olup kg-f, ya da genellikle sadece kg veya kilopound (kp) ile gösterilir. Kilogram kuvvet, 1960 yılında kabul edilen SI (Standard International) birim sistemine dahil değildir.

Dyne (dyn), 1 gram ağırlığındaki bir kütlenin hızını saniyede 1 cm/sn arttırmak için gereken kuvvet olarak da tanımlanabilir.

$1N = 1*10^5$ dyn

1 kg-f = 9,81 N

1 kg-f = 981000 dyn

Moment ve Kuvvet Çifti

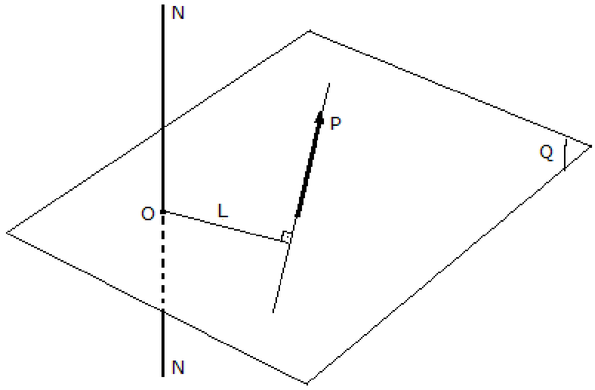
Moment döndürme etkisi, bükme etkisi olarak tanımlanabilir. Kapı kolunu tutup çevirdiğimizde, kavanoz kapağını çevirdiğimizde, tornavida ile vida sıktığımızda, kuyu çıkrığının kolunu çevirdiğimizde hep döndürme etkisi yaratarak iş yaparız. Diğer yandan bir elektrik motoru milinde elde ettiğimiz döndürme etkisi ile mekanizmaları çalıştırırız.

Moment etkisi bir dönme ekseni etrafında oluşur. Düzlem içerisinde bulunan kuvvet seçilmiş bir dönme ekseni üzerinde moment etkisi yaratır. Moment ekseni kuvvetin bulunduğu düzleme dik bir eksendir. Momentin büyüklüğü kuvvetin şiddeti yanında kuvvet ile eksen arasındaki uzaklığa da bağlıdır. Kuvvet ile eksen arasındaki bu uzaklığa moment kolu denir. Moment ekseninin düzlemi deldiği yere moment merkezi denir. Moment kolu, moment merkezinden kuvvet doğrultusuna indirilen dikin uzunluğudur. Momentin büyüklüğü kuvvet ile moment kolu çarpımına eşittir(Şekil 2).

$$M = F.L$$

Momentin birimi kuvvet ve uzunluk birimlerinin çarpımıdır. Yaygın olarak Kgm, Nm, kgcm ve Ncm birimleri kullanılır.

Momentin dönüş yönünün gösterilmesi de önemlidir. Moment etkisi bir cismi saat ibresi yönünde yada tersi yönde dönmeye zorlar. Bu yönleri göstermek için (+) ve (-) işaretleri kullanılır. Yaygın bir kullanıma göre saat ibresi yönünde dönüşler (-) işaretle ve aksi yönde dönüşler de (+) işaretle gösterilir. Momentin dönüş yönünü tahmin etmek için sağ el kuralı uygulanır. Sağ el baş parmağımız moment eksenini gösterecek şekilde ve yukarı bakarken parmak uçları gösterdiği yön momentin seçilen (+) dönüş yönüdür.

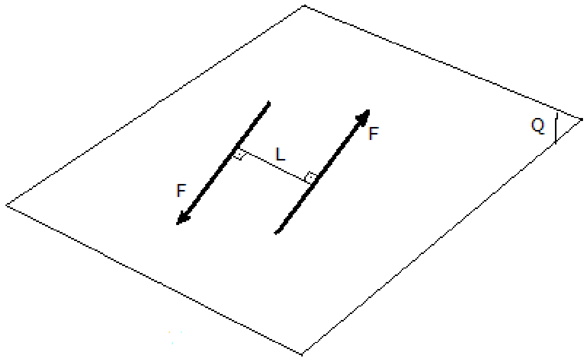


Şekil2. Moment etkisi

Aynı düzlem içerisinde bulunan eşit şiddette ve ters yönde, paralel iki kuvvetten oluşan sisteme "kuvvet çifti" denir. Bu iki kuvvetin bileşkesi sıfır olmasına karşın bir döndürme etkisi yaratırlar. Bu iki kuvvetin bir moment oluşturması birbirlerine paralel olmalarının sonucudur. Bu paralel kuvvet doğrultuları arasındaki uzaklıkla kuvvetlerin çarpımına eşit bir moment ortaya çıkar.

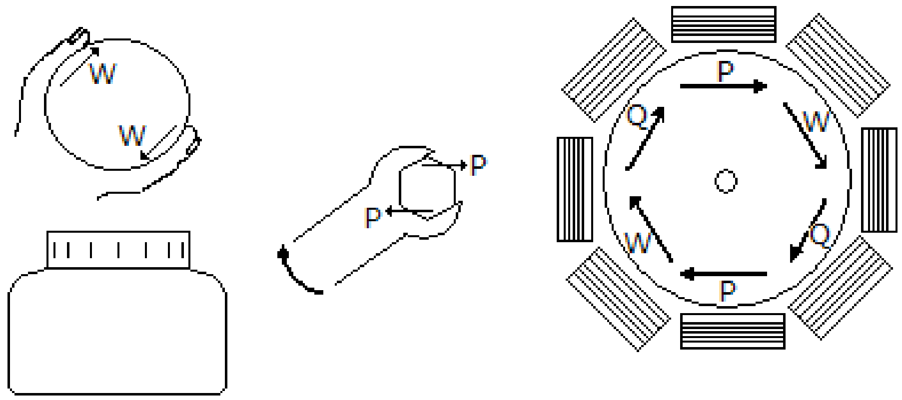
$M = (F. L/2) + (F . L/2) = F.L$

Kuvvet çiftinin dönme ekseni iki kuvvetin arasındaki uzaklığın ortasında gerçekleşir.(Şekil 3)



Şekil 3. Kuvvet çifti

Bir şişe kapağını açarken parmaklarımızla kapak üzerine uyguladığımız kuvvetler bir kuvvet çiftidir ve kapağın dönerek açılmasını sağlar. Civatayı sıkarken yada sökerken anahtarın her iki ağzıyla cıvata başına uyguladığımız kuvveler bir kuvvet çifti oluşturur. Elektrik motorunun kafesi üzerinde bobinlerin yarattığı manyetik akım tarafından uygulanan kuvvetler bir kuvvet çiftidir ve motor milinin dönmesini sağlarlar.(şekil4)



Şekil 4. Yaşamımızda kullandığımız kuvvet çifti etkileri

Bir elektrik motorunun milinden alınan güç, milin dönü sayısı ve mil üzerindeki döndürme momenti arasında aşağıdaki ilişki vardır.

$$M = 955494\ N / n$$

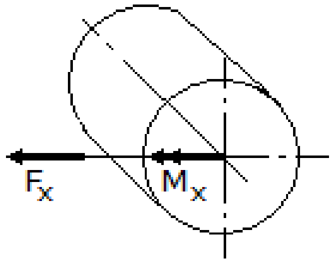
Burada;

M – Moment (Ncm)

N – Motorun gücü (kW)

n – Mil devri (min^{-1})

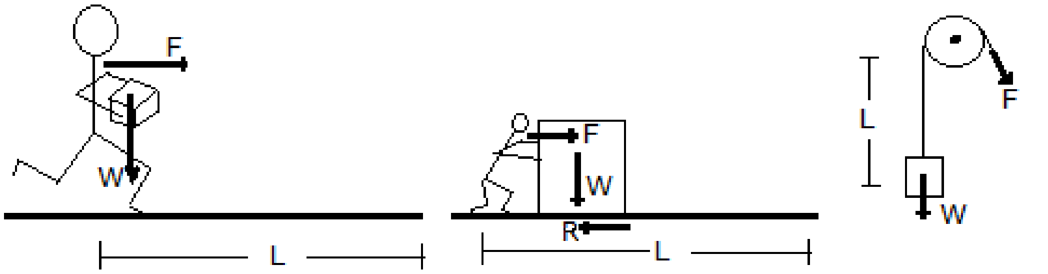
Moment kesit diyagramlarında çift oku bulunan bir vektör olarak gösterilir.(şekil6)



Şekil 5. Momentin kesit diyagramında gösterilişi

İş ve Güç

Bir cismin (W) yol (L) boyunca hareket etmesi ile bir enerji harcanır, bu "iş" olarak tanımlanır. Örneğin (W) ağırlığında bir kutuyu bir insanın (L) yolu boyunca (F) kuvvetiyle taşımasıyla yol ve kuvvet çarpımına eşit miktarda (FL) kadar iş yapılmış olur. Kuvvetin yer değiştirme miktarı ile çarpımı ile iş hesaplanabilir. Burada dikkate alınacak olan kuvvet hareket doğrultusundaki bileşke kuvvettir. Örneğin yatay bir düzlem üzerinde bulunan (W) ağırlığındaki cismi zemin üzerinde sürükleyerek (L) yolu boyunca hareket ettirdiğimizde yapılan iş artık cismin ağırlığıyla hesaplanamaz. Cisim zemin tarafından taşınmaktadır. Cismi hareket ettiren kuvvet sürtünmeyi yenen kuvvettir ve bu kuvvetin yol ile çarpılmasıyla iş hesaplanabilir.(şekil 6)



Şekil 6. İş yol ve kuvvet çarpımıdır.

Yukarıdaki örnekte bir makara yardımıyla kaldırılan (W) yükü görülmektedir. Yükü kaldıran (F) kuvveti (W) yükünün ağırlığına eşittir. Burada iş (WL) ile de hesaplanabilir. Yük hareket yönünde bir ağırlık kuvvetine sahiptir.

Güç birim zamanda harcanan iştir. Yukarıdaki örnekte görülen W yükünü bir makara yardımıyla ortalama bir insanın kaldırmaya çalışması sonucu L kadar yukarıya T zamanında kaldıracaktır. Bu işlemi büyükçe bir motor yardımıyla yaptığımızda ise w yükünü L kadar yukarıya çok daha kısa bir zamanda kaldırmak mümkün olacaktır. Bu iki durumda da yapılan iş (WL) aynıdır . Farklı olan bu işin ne kadar zamanda yapıldığıdır. Birim zamanda daha fazla iş yapabilen daha güçlüdür.

A= F*L   (Birim analizi;A= N*m = Nm = Joule (J))

Burada;

A: iş

F: kuvvet

L:yol

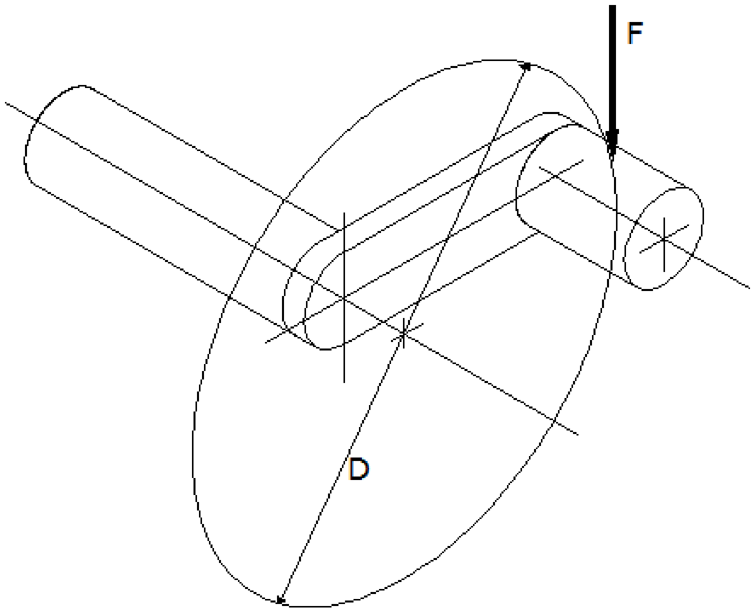
(P) N = A/T = F*L/T   (Birim analizi; Nm/s= J/s= Watt W)

Burada;

(P) N : güç

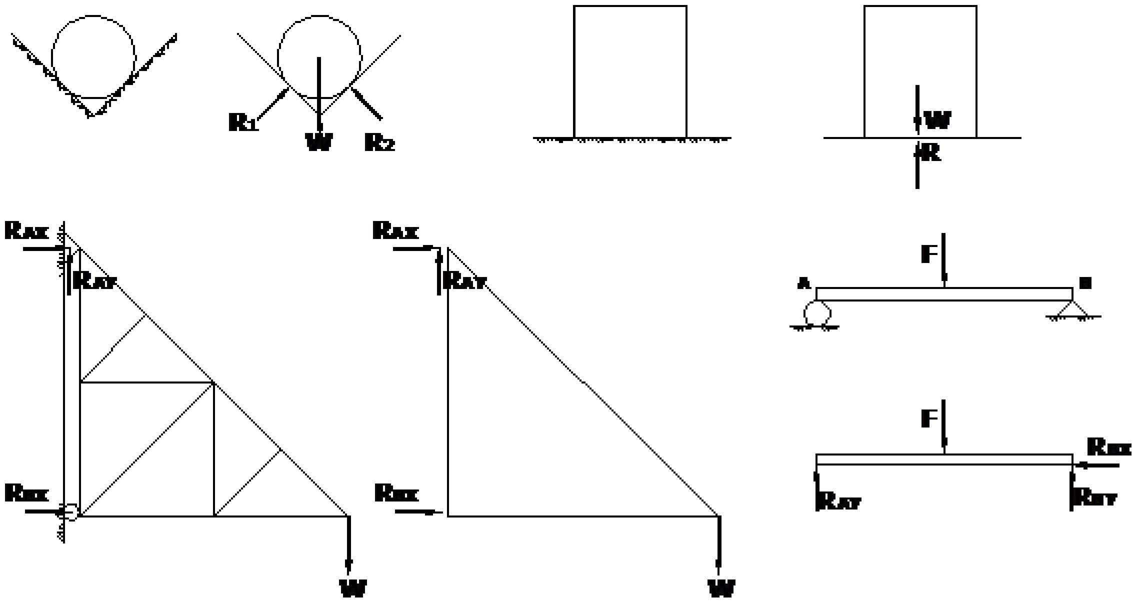
T: zaman

Güç birimi Watt (W) 1 Nm işi 1 s de yapan kuvvet kaynağının gücü olarak tanımlanır.
İş birimi olarak Joule tanımıda yapılmaktadır. 1 Nm iş 1 J olarak tanımlanır. Bu durumda 1 W güç 1J/s olarak ta tanımlanabilir.
CGS sisteminde kuvvet için dyn ve 1dyn.cm iş içinde 1 erg birimi kullanılır. Birim küçük olduğundan 10^7dyn.cm 1 J iş birimi olarak kullanılmaktadır. (1dyn kuvvet, 1 g kütleye 1cm/s^2 ivme kazandıran kuvvettir.)
MKS birim sisteminde kuvvet kg ve iş kgm olarak verilmektedir. Güç birimi ise kgm/s olarak kullanılır. Ayrıca 75 kgm/s güç için 1 BG (HP) beygirgücü (horse power) birimi de kullanılmaktadır.
1kgm= 981000 dyn *100cm =98.100.000 Erg = 9,81 J
1 BG (HP) = 75 kgm/s = 75*9,81 J/s =735,75 W = 0,736 kW
Kol çevrilerek yapılan işlerde iş ve gücün hesaplanmasında izlenecek yol genel kuralların bu koşullara uyarlanmasıyla sağlanır(şekil 7). Şekilde verilen kol dakikada (n) devirle ve kola F(N) kuvvet uygulanarak çevriliyorsa burada yapılan iş kuvvet ile yolun çarpımıdır. Bu uygulamada yol kolun çizdiği çemberin çevresidir.
A=π D F (bu eşitlik kolun bir tur döndürüldüğünde yapılan işi verir)
Birim analizi;   A= m*N =Nm=J
Kol dakikada (n) kadar dönerse işin devirle çarpımı birim zamandaki işi vereceğinden güç hesaplanabilir.
N=π D n F /60 (kolun saniyede yaptığı işi verir.) N= m*N/s =Nm/s=J/s= W



Şekil 7.Çevrilen bir kol yardımıyla milin döndürülmesi.

Serbest cisim diyagramı
Serbest Cisim Diyagramı, cisme etki eden dış kuvvetleri ve bu kuvvetleri dengelemek üzere meydana gelen tepki kuvvetlerini gösteren şekildir. Serbest cisim diyagramı (şekil 8)çizilirken
-Cisim maddesel nokta olarak veya cismi temsil eden bir şematik çizimle gösterilir.
-Bu cisim üzerine etkiyen dış kuvvetler gösterilir
-Kuvvetlerin bilinen açıları ve uzaklıklar gösterilir
-Cismin ağırlığı kuvvet olarak ağırlık merkezine etki ettirilir
-Tepki kuvvetleri tahmin edilerek gösterilir
-Koordinat eksenleri gösterilir
-Cisme ve sisteme ilişkin boyutlar ve açılar gösterilir.



Şekil 8. Serbest cisim diyagramı

Serbest cisim diyagramı üzerinden alınan değerler yardımıyla cisme etki eden bileşke kuvvet ve moment hesaplanır.

Taşıyıcı sistemlerin genel yapıları

Üzerlerine kuvvet ve moment etki eden ve bunları taşıyan ve bir diğer cisme ileten yapılara taşıyıcı sistemler denir. Taşıyıcı sistemler şekillerine ve mafsal yapılarına göre çeşitli şekillerde karşımıza çıkar.

Mafsallar, taşıyıcı sistemlerin üzerlerine gelen kuvvetleri zemine yada bir başka cisme aktardıkları temas noktalarıdır. (Şekil 9)

A- Mafsallar : bir sabit eleman ile ona oynak bağlı hareketli elemandan oluşur. İki farklı tipte görülmektedir ve.

1) Kayıcı mafsal : Makaralı bağlantılar, eğri temas yüzeyleri, cilalı küresel yüzeyler, cilalı oyuk, kısa kablolu bağlantı, pandül ayak örnek gösterilebilir.

2) Sabit mafsal : Pimli oynak bağlantılar örnek gösterilebilir

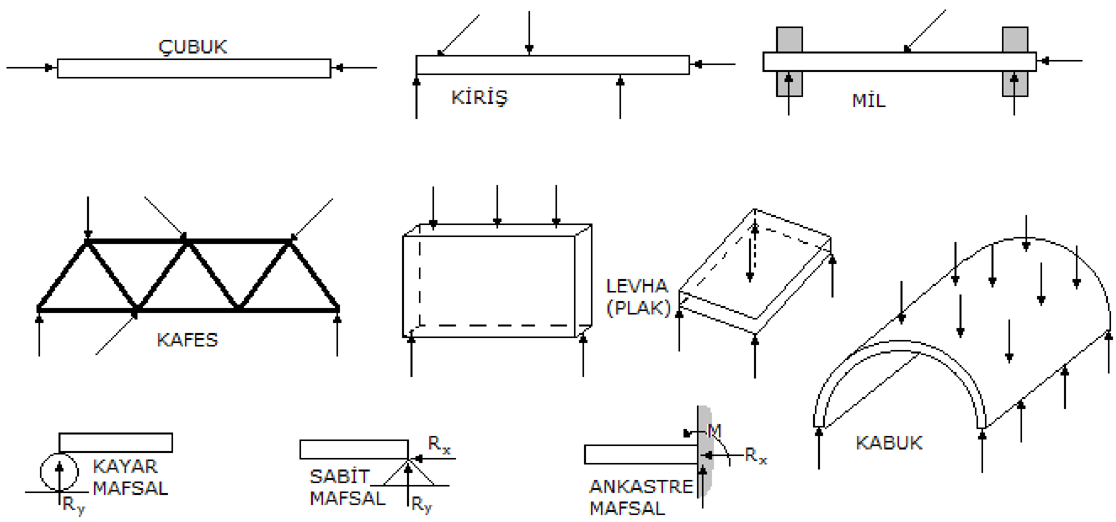
B- Ankastre bağlantılar : İki cismin birbirine sıkıca bağlı halidir.

1) Sabit ankastre bağlantı : Kaynaklı parçalar, sıkılı cıvatalar örnek gösterilebilir.

2) Kayıcı ankastre bağlantı : Mil yatakları örnek gösterilebilir.

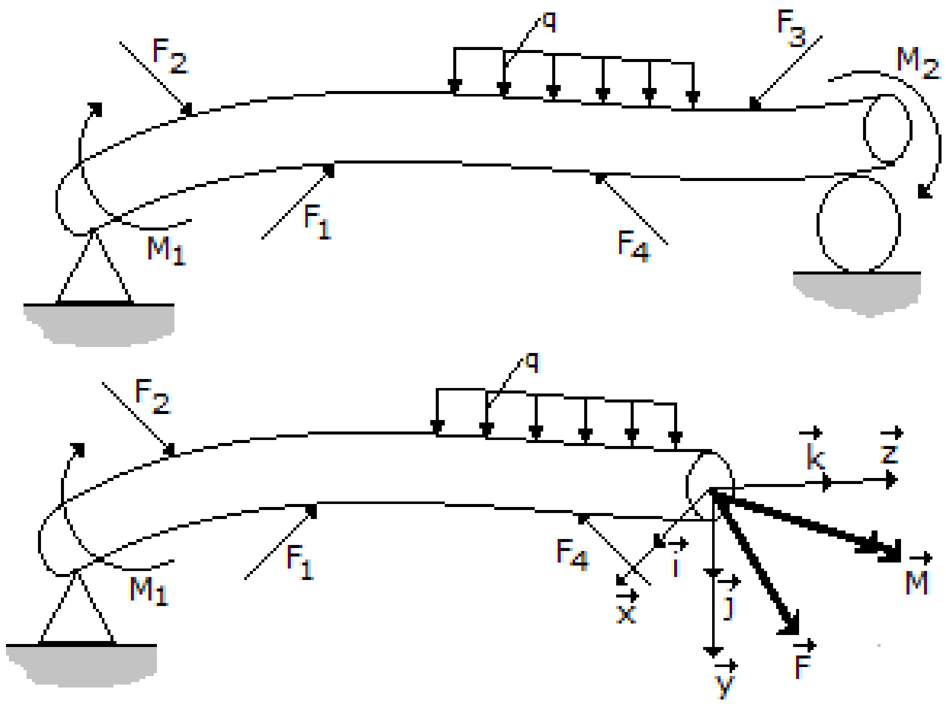
Taşıcı sistemlerin çeşitleri

a) Çubuk: Kesitleri uzunluklarına oranla çok küçük olan elemanlardır. Uzun eksenleri doğrultusunda çekme ve basma kuvvetleriyle yüklenirler.
b) Kiriş: Çubuklar gibi kesit ölçüleri uzunluklarına oranla çok küçük olan elemanlardır. Eksenlerine dik doğrultuda kuvvetlerle yüklenirler. Kirişler ayrıca mafsallarla taşınırlar.
c) Mil: Miller dönerek çalışan elemanlardır. Eksenleri doğrultusunda, eksene dik kuvvetler taşımanın yanında momentte iletirler. Miller mafsallar tarafından taşınırlar.
d) Levha (plak): Kalınlıkları oldukça az olan geniş yüzeyli elemanlardır. Kalınlıkları yönünde dik kuvvetlerle yüklendikleri gibi yüzeylerine dik doğrultuda kuvvetleri de taşılar.
e) Kafes: Çubukların düğüm noktalarında eklenmeleriyle oluşan bir yapıdır. Yükler düğüm noktalarında etki eder. Kafes yapılar mafsallar tarafından taşınırlar.
f) Kabuk: Levhaların eğrisel yüzeyli olan şekilleridir. Bu elemanlar her doğrulta yükleri taşırlar.

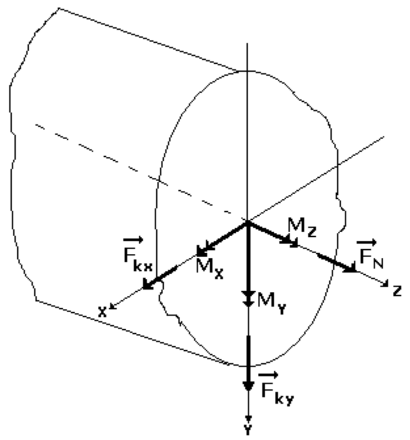


Şekil 9. Taşıyıcı sistemler mafsallar

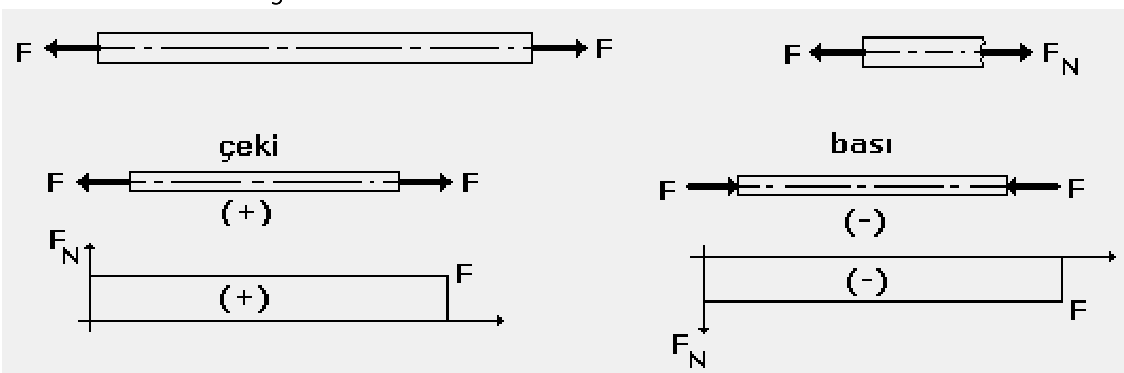
Kesit tesirleri
Çeşitli kuvvet ve momentlerin etkisinde kalan bir cismin herhangi bir kesitinde ortaya çıkan etkiler kesit tesiri olarak adlandırılır. Kesit tesiri bu kesite etki eden kuvvet ve moment vektörü olarak gösterilir. Şekil 10 da verilen cismin kesitinde kullanılan eksen takımı X,Y ve Z eksenlerinden oluşur. Bu eksen doğrultusunda oluşan kuvvetler (i,j,k) ve bileşke kuvvet (F) ile momentler (M)



Şekil 10. Üzerine çeşitli kuvvetler ve momentler etkiyen taşıcı sistem ve kesitteki tesirler.
F= Fkx i + Fky j + FN k
M= Mx i+My j+Mz k
Eşitliğiyle ifade edilir.

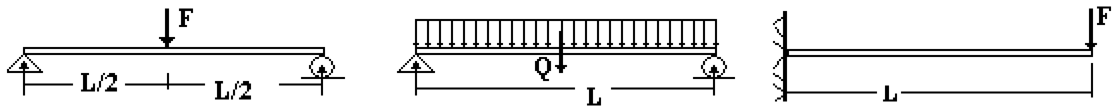


Şekil 11. Kesit tesir diyagramı
F ve M vektörlerinin bileşenleri
Fkx , Fky: kesme kuvvetleridir.Kesitin içerisinde yada kesite teğet kuvvetlerdir.
FN Normal kuvvettir kesite dik etki eder.
Mx ,My : Eğilme momontleridir. Bunlar cismin eksenine dik etki ederek cismin eğilmesine neden olurlar.
Mz : Burulma momentidir. Bu moment cismin dönme ekseni kabul edilen z-ekseninde etki eder ve cismin burulmasına neden olur.
Kesit tesir diyagramları
1- Eksenel normal kuvvet (F_N)
Normal kuvvetler kesite dik kuvvetlerdir. Bu kuvvetler bası ve çeki kuvvetleri (şekil 12) olarak cisme etki eden dış kuvvetlerin etkisi altında oluşurlar. Burada kesit ekseninde ve kesite dik doğrultudaki kuvvetleri inceliyoruz. Normal kuvvetlerin eksenel olmaması halinde kesitte ayrıca moment oluştururlar. Cismin herhangi bir kesitindeki eksenel kuvvet (F_N) isme etkiyen dış kuvvete (F) eşittir. Çeki etkisi altındaki cisimlerde uzama ve bası etkisi altındaki cisimlerde de kısalma gözlenir.



Şekil 12 Eksenel normal kuvvetler.

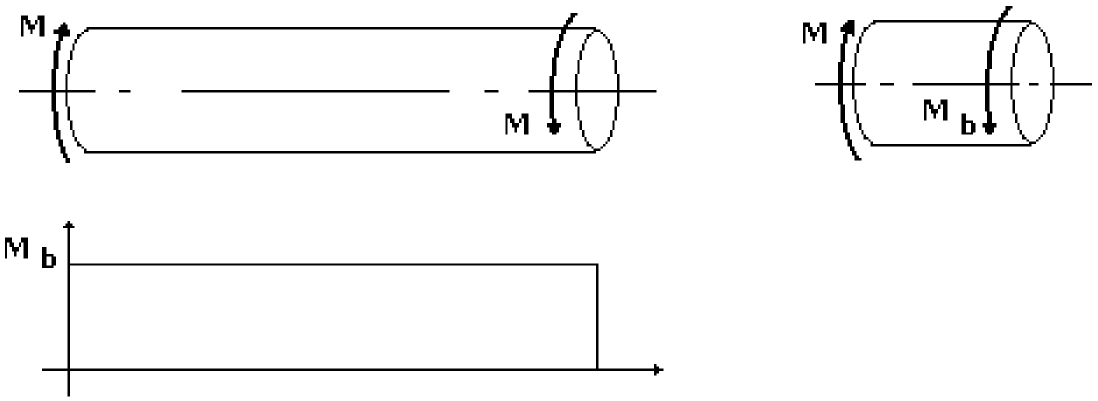
2- Eksene dik doğrultudaki eğme kuvvetleri
Bu kuvvetler cisme eksenine dik doğrultuda etkirler(şekil 13). Bunun sonucu olarak cisim eğilir. Eğilmeye zorlanan cismin kesitine kesme kuvvetleri ve eğme momenti etki eder. Cisim kesme kuvvetlerinin etkisi altında kesilme zorlanırken diğer yandan oluşan eğme momenti cismi eğer. Eğilen cisim ortada daha fazla mesnetlerde ise sıfır olan bir çökmeye uğrar. Eğme momenti diyagramında düşey doğrultudaki çökmeler (+) işaretlidir.



Şekil 13 Kesme ve eğme kuvvetleri

3-Kuvvet çifti ve Burulma momenti

Cisme etkiyen döndürme momenti sonucu cisimde burulma oluşur. Üzerine bir kuvvet çifti etkiyen cisimlerde oluşan döndürme etkisi kesitte burulma momenti yaratırlar(şekil 14). Döndürme etkisi altındaki cisimler sabit kalabildikleri gibi dönen cisimlerde olabilirler. Cismin sabit bağlı yada yataklanmış olması bu durumu belirler. Bir ucundan sabitlenmiş cisimlerde oluşan burulma momentleri ile dönerek güç aktaran millerde oluşan burulma momantleri aynı karakterde momentlerdir.



Şekil 14 Burulma momenti

Mukavemet nedir?

Mukavemet malzemenin dış kuvvetlere gösterdiği direncidir. Dış kuvvetin etki şekline bağlı olarak malzemenin mukavemeti de değişir. Dış kuvvetler çeki, bası, eğme, kesme ve burulma şeklinde olabilir. Bu her bir dış kuvvete göre de çeki mukavemeti, eğme mukavemeti, burulma mukavemeti gibi farklı mukavemetler tanımlanır. Malzemenin dış kuvvetlere karşı dayanımı farklıdır. Çekiye daha dayanıklı olan bir malzeme eğmeye daha az mukavemetli olabilir. Bu nedenle kullanım yerine ve malzemeye gelen yüklere bağlı olarak her farklı dayanımın ayrı ayrı bilinmesinde yarar vardır.

Statik konusu içerisinde incelenen cisimler ideal katı cisimler olarak adlandırılır. Bu cisimler üzerine istenildiği kadar kuvvet etki ettirilir. Ancak cismin kesitini, şeklini ve malzeme özelliklerini dikkate almadan kuvvetlerin ve bileşkenin hesaplanması yoluna gidilir. Bu cismin bu kuvvetler etkisi altında kırılabileceği ve eğilip bükülerek şeklinin değişebileceği dikkate alınmaz. Bu cisimler gerçekte var olmayan özellikler taşırlar. Gerçekte ise cisimler üzerlerine bir kuvvet etki ettiğinde bu kuvvetin büyüklüğüne ve etki şekline bağlı olarak şekil değiştirir. Eğer kuvvet belirli sınırları aşarsa cisim kırılır. Mühendislik yapılarında yüklerin taşınması, çeşitli alet ve makinaların hareketleri sırasında etkiyen kuvvetler vardır. Mühendislik yapı ve makinalarını oluşturan elemanlar bu kuvvetlerin ve momentlerin etkisin de kaldığı zaman kesitlerinde çeşitli iç kuvvetler ortaya çıkar. Bu kuvvet ve momentler elemanlar üzerine etkidiğinde şekillerinde değişiklikler oluştururlar. Bu değişimler zaman zaman kırılmalara da neden olabilir. Bu koşullarda elemanların kesitlerinin artırılarak veya malzemesi değiştirilerek bu güvenlik sorunları önlenebilir. Mukavemet iç kuvvetlerin ve şekil değiştirmelerin hesaplanması konularını kapsamaktadır.

Mukavemet hesaplarında bazı ön kabuller yapılmaktadır, bunlar konunun anlaşılmasını kolaylaştırmak, basitleştirmek ve hesaplamaları basitleştirebilmek içindir.

Yüksüz uzunluk **(l_0)**

Yük altında uzama miktarı **(Δl)**

Yük etkisindeki uzunluk **($l = l_0 + \Delta l$)**

Tam elastik cisim, Yük kalktıktan sonra uzama miktarı (Δl) sıfır olan cisimlerdir. Bir başka deyişle yük etkisinde uzayan, yük kalkınca ilk uzunluğuna geri dönebilen cisimler.

Tam plastik cisim, Bu tür cisimler ise elastik cisimlerin tersi olarak yük altında uzadıktan sonra yük kalkınca uzama miktarı kalıcı olan cisimlerdir.

Elastoplastik cisimler, bu cisimler ise elastik ile plastik özellik arası davranırlar. Bu cisimler üzerine yük etki edip boyca uzadıktan sonra, yük kalktığında uzamanın bir kısmı kalıcıdır.

Hooke cismi,Uygulanan yük ile uzama miktarının doğru orantılı olduğu cisimlerdir. Bu özellik ancak belirli kuvvet sınırları aşılmadığı sürece geçerlidir.

İzotrop cisim,Bütün doğrultulardaki uzama özellikleri eşit olan cisimlerdir.

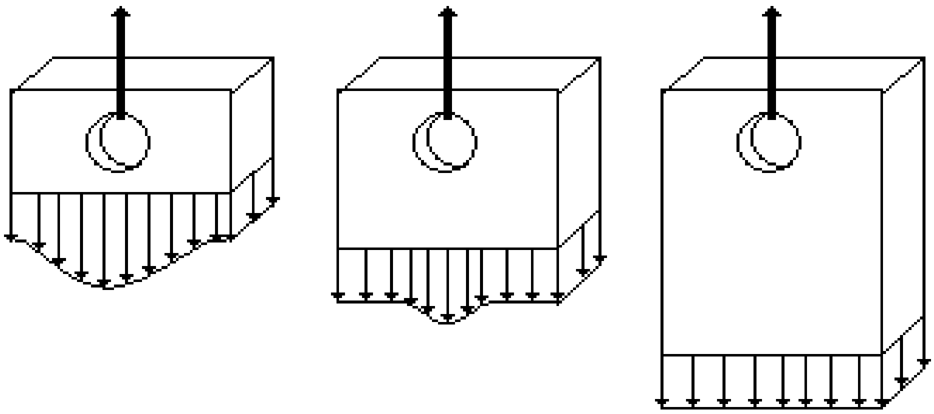
Homojen cisim, cismin kütlesini oluşturan her noktada madde özelliklerinin aynı olduğu cisimlerdir.Mukavemet hesaplarında cismin homojen, izotrop ve hooke cismi olduğu kabul edilir.

Rijitleştirme (katılaştırma) kuralı, Zorlanan elastik cisim şekil değiştirmeyi tamaladıktan sonra rijit (katı) bir cisim kabul edilir.

Ayırma kuralı, Zorlanan bir cismi sanal olarak birkaç paraçaya ayırarak her parçayı bağımsız olarak düşünebiliriz. Bu durumda bu parçalar arasına dengeleyici iç kuvveteler eklenerek serbest cisim diyagramları çizilebilir.

Eşdeğerlik kuralı, mukavemet hesaplarında, statik hesaplarında uygulanan rijit cisimlerde bileşke bulma, denge halleri, kuvvetleri eklme ve çıkarma işlemleri ancak kıstlayıcı bazı şartlar altında kullanılabilir.

Saint Venant kuralı, Mukavemette, statik eşdeğerlik esasına dayanan işlemler ancak cismin dar bir bölgesine uygulanır ve bu bölgeden yeteri kadar uzaklaşınca pratik anlamda geçerli kabul edilebilir. Bu yüzden mukavemet hesapları, cisimlere kuvvet ve moment etki eden yerlerden belirli uzaklıklarda uygulanır. Sekil değiştirme gerilme ile ilişkili olduğuna göre, sunu demek mümkün; yükün uygulandığı noktadan uzaklaştıkça, sekil değiştirmeler dolayısıyla gerilmeler daha uniform (düzgün yayılı) bir duruma dönüşmektedir(şekil 15). Bu uzaklık en az en kesitin en büyük boyu kadar olmalıdır. Bu kural tüm yükleme durumları ve elemanlar icin geçerli değildir. İnce cıdarlı plaka elemanlarda uygulanmaz.



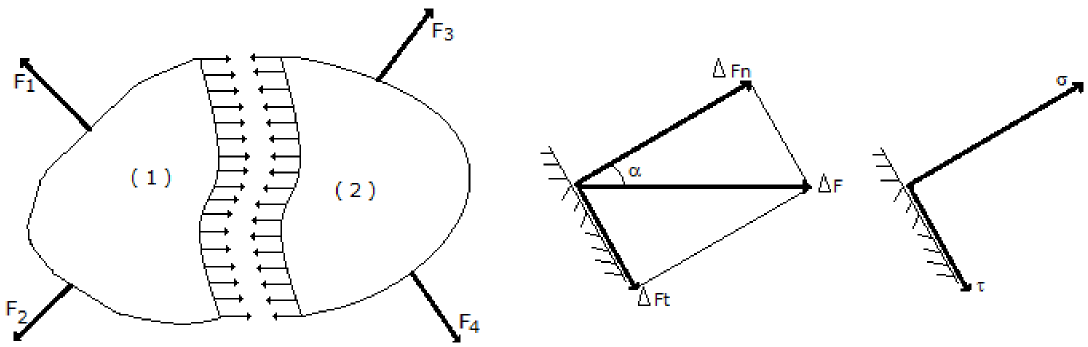
Şekil 15. Saint Venant tarafından açıklandığı gibi iç kuvvetler dış kuvvetin etki noktasından uzaklaştıkça daha düzgün bir dağılım göstermektedir.

Birinci mertebe (derece, aşama) kuramı, Basit mukavemet problemlerinin çözümünde, kuvvet etki eden cismin denge denklemleri yazılırken boyutlar cismin şekil değiştirmemiş halinden alınabilir. Bu kuram şekil değiştirmenin cismin boyuna göre çok küçük, önemsiz kalacağı durumlar için geçerlidir.

Süperpozisyon kuralı, Bir cisme bir çok kuvvet ve moment etkisi görüldüğünde bunların birlikte etkisini bulmak için önce kuvvetlerin ve momentlerin tekil etkileri hesaplanır ve sonra bu sonuçlar toplanarak birleşik etki bulunabilir.

Gerilme

Cisme etki eden kuvvet veya momentlerin oluşturdukları iç kuvvetlerdir. Dış kuvvetler çok farklı şekillerde cisme etki eder. Bu kuvvetler çeki, bası, kesme kuvvetleri ve eğme momenti ve döndürme momentidir. Bu kuvvetler ve momentlerin etki şekilleri farklı olduğu için cisimde farklı iç kuvvetler "gerilmeler" yaratırlar ve oluşturdukları şekil değişiklikleri de farklıdır.



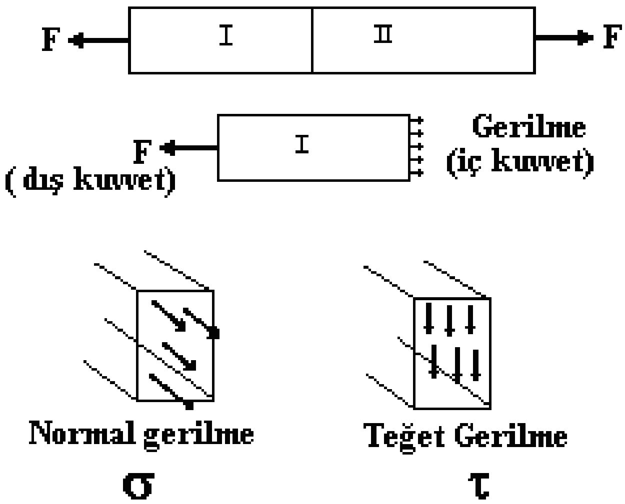
Şekil 16. İç kuvvetlerin normal ve teğet kuvvet bileşenlerine ayrılması ve normal ve teğet gerilmeler.

Üzerine çeşitli kuvvetlerin etkidiği bir cismi (şekil16) sanal olarak iki ayrı parçaya bölebiliriz (ayırma kuralı) . Bu iki cismi dengeye getirecek olan (ΔF) iç kuvvetlerdir. Bu iki parçaya iç kuvvetleri etki ettirelim. Bu iç her bir iç kuvvetin elemanter küçük bir alana (ΔA) etki ettiğini varsayalım. İç kuvvetin kesit düzlemine dik olan bileşeni (ΔF_n) ve kesit düzlemine paralelolan bileşeni ise (ΔF_t) olsun. Yüzeye dik olan, yani yüzeyin normalinde bulunan bileşene normal kuvvet ve yüzeye paralel olan bileşende teğet kuvvet denir. Normal kuıvvetin etkidiği alan bölünmesiyle normal gerilme ve teğet kuvvetin etkidiği alan bölünmesiyle de teğet gerilme elde edilir.

$\boldsymbol{\sigma} = \Delta F_n / \Delta A$ Normal gerilme

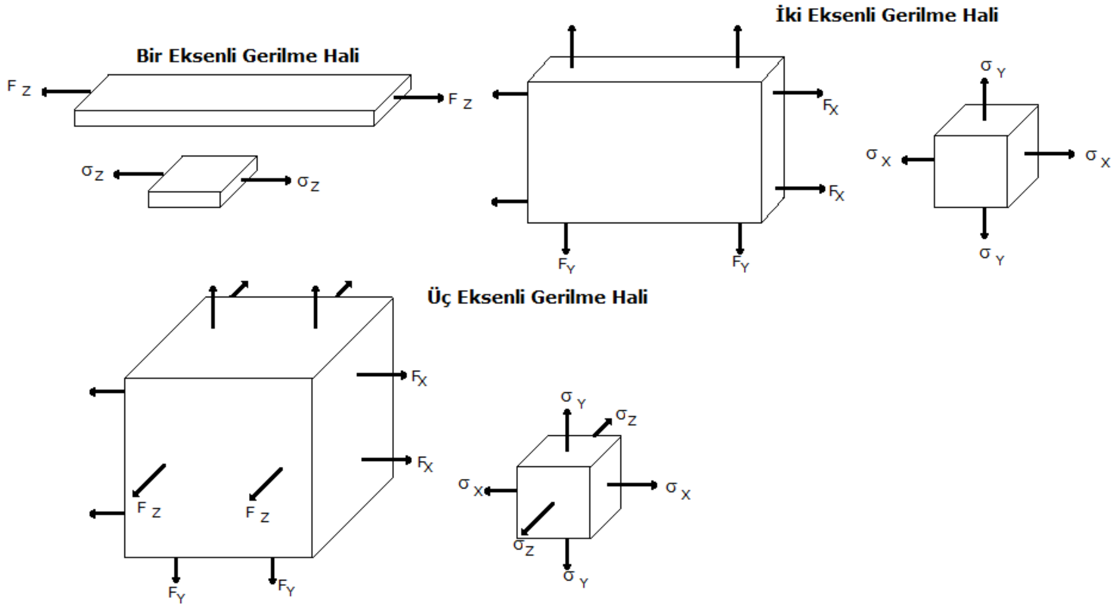
$\tau = \Delta F_t \ / \ \Delta A$ Teğet (kayma) gerilme

Normal gerilme (σ) (sigma) simgesi ile gösterilir. Teğet gerilmeler (τ) (tau) simgesi ile gösterilir(şekil 17), (N/ mm^2, Pa, daN/cm^2, kg/cm^2) gibi birimlerle tanımlanır.



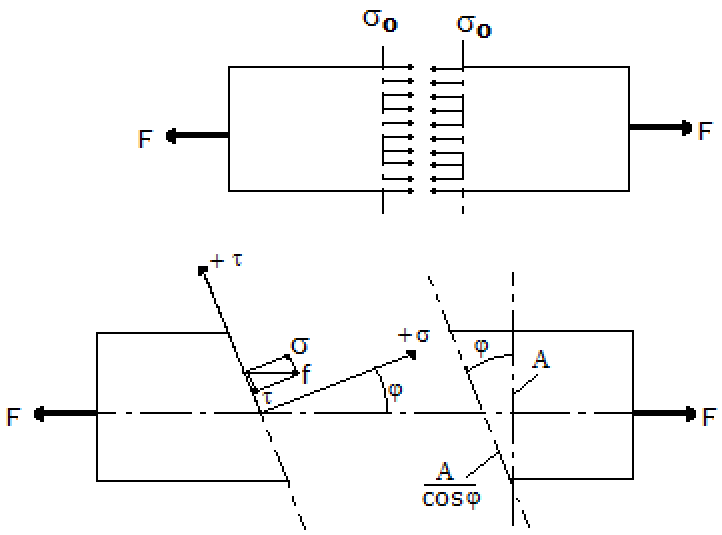
Şekil 17. Normal ve teğet gerilmeler

Cismin sadece bir ekseni boyunca kuvvet etkiyorsa gerilmelerde bu eksen doğrultusunda gerçekleşeceği için "bir eksenli gerilme" vardır. Kuvvetler iki eksen boyunca da etkiyorsa " iki eksenli gerilme" ve üç eksen boyunca da etkiyen kuvvetler varsa "üç eksenli gerilme" vardır(şekil 18).



Şekil 18. Bir, iki ve üç eksenli gerilme halleri

Çubuğun eğik kesitindeki gerilmeler.



Şekil 19.Çubuğun eğik kesitindeki gerilmeler.

Çubuğun dik kesitindeki gerilmeler (σ_o = F/A) ile bulunabilir(şekil 19). Çubuğun ekseni ile (φ) açısı yapan eğik kesitte oluşan (σ ve τ) gerilmelerinin hesaplanması ve (φ) açısının değişimine bağlı olarak değişiminin ortaya konması gerekir.

Dik kesit alanı (A) ve eğik kesit alanı ($A'=A/\cos\varphi$) dir.

Her iki kesitte oluşan kuvvet denge şartı gereği birbirine eşittir.

$\sigma_o * A = f * A/\cos\varphi$

$f = \sigma_o \cos\varphi = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$ (f, σ ve τ üçgeniden)

$\sigma = f \cos\varphi = \sigma_o \cos\varphi * \cos\varphi = \sigma_o \cos^2\varphi$

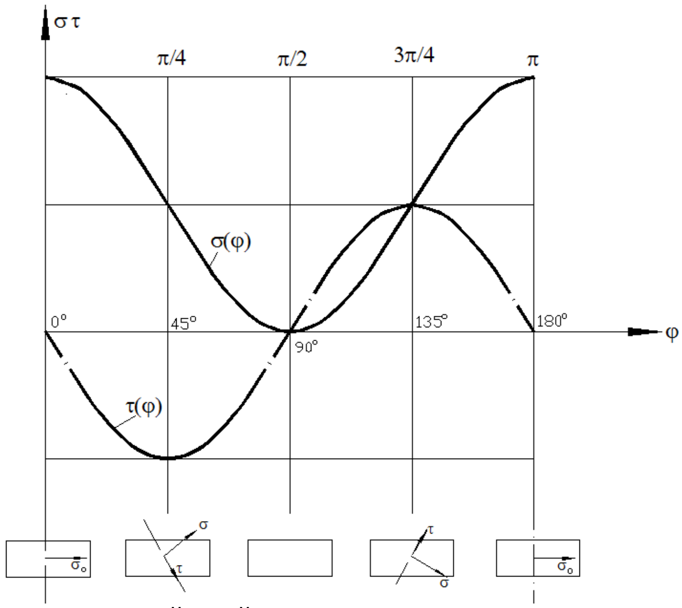
$\tau = -f \sin\varphi = -\sigma_o \cos\varphi \sin\varphi$ (dönüşüm eşitliği $\sin 2\varphi = 2 \sin\varphi \cos\varphi$, yeniden düzenlenerek $\cos\varphi \sin\varphi = \sin 2\varphi /2$)

$\sigma = (\sigma_o /2)(1 + \cos 2\varphi)$

$\tau = (-\sigma_o /2)(\sin 2\varphi)$

Bu son eşitliklerde (φ) açısı için ($\pi/4$, $\pi/2$, $3\pi/4$, π) değerleri verildiğinde (σ ve τ) değerlerinin sıfır değeri ile max. değer arasında değişmektedir. Bu açı değerlerinden (φ) açısı için ($\pi/4$= 45°) ve ($\sin 2\varphi = \sin 90° = 1$) değerini almaktadır(şekil20). Bu durumda (τ) max. değerini almaktadır.

$\tau_{max} = ½\, \sigma_o$



Şekil 20.Çubuğun eğik kesitindeki gerilmelerin φ açısına bağlı değişimi.

Bu son eşitlik önemli bir sonuca ulaşmamızı sağlar. Görüldüğü gibi (φ=45°) değerinde (τ_{max}) değerine ulaşmaktadır. Bu değer aynı zamanda dik kesitteki normal gerilmenin (σ_o) yarısına eşittir. Bir çok çekme deneyinde çubuğun üzerinde kırılmaya yakın çatlaklar oluşmaktadır. Çekme ekseniyle (45°) açı yapan bu çatlakların eksenle (45°) yapan düzlemde oluşan (τ_{max}) gerilmesinden kaynaklandığı şeklinde açıklanmaktadır. Max. kayma gerilmesi teorisi de denen bu yaklaşıma göre çekmeye zorlanan çubuğun kırılmasında normal gerilmeler değil, (45°) açılı düzlemde oluşan (τ_{max}) gerilmeleri etkilidir. Başka bir deyişle çubuğu kayma gerilmeleri kırmaktadır.

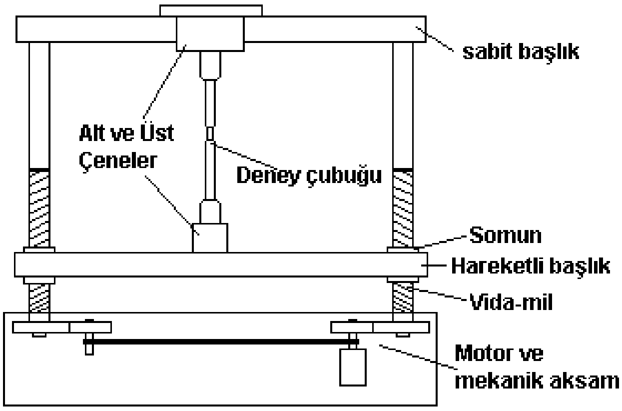
Gerilme ve Şekil değiştirme

Cismin üzerine etki eden kuvvetlerin oluşturacağı şekil değişikliği kuvvete bağlı olmakla beraber kesitin büyük ya da küçük oluşuyla da ilişkilidir. Bu nedenle şekil değişikliğinin gerilmeyle doğru ilişkili olduğunu söylemek daha doğru olacaktır. Gerilme hem kuvveti hem de alanı birlikte içeren bir kavramdır. Şekil değişikliği gerilmeyle ortaya çıkar. Gerilmenin nedeni kuvvet olabildiği gibi ısı da olabilir. Isı etkisiyle oluşan gerilmelere ısıl gerilme denilmektedir. Biz kuvvet etkisiyle oluşan gerilmeleri inceleyeceğiz. Şekil değişikliğinin olduğu her yerde cisme bir kuvvet etki ettiğini dolayısıyla cismin gerilme etkisi altında olduğunu düşünürüz. Şekil değişikliği varsa muhakkak gerilme etki ediyor yada cisim gerilme etkisinde kalıyorsa muhakkak şekil değişikliği oluşuyordur. Bazı durumlarda kuvvetin çok küçük, veya kesitin çok büyük olması sonucu gerilme küçük değerler alır. Bu durumda cisimde gözlenen bir şekil değişikliği olmaz . Ancak şu bilinmelidir ki gerilme ne kadar küçük olursa olsun sonucunda muhakkak bir şekil değişikliği yaratmıştır. Bu değişim gözlenmiyor, duyularımızla algılanamıyor hatta ölçüm cihazlarımızla ölçülemiyor olsa dahi şekil değişikliği olmaktadır. Bu iki olgu birbirinden ayrı düşünülemez. Gerime varsa şekil değişir, şekil değişiyorsa gerilme vardır.

Çekme Deneyi

Malzeme ile uğraşan sanayi malzemeyi tanımak ve tanıtmak amacıyla yaygın olarak "minimum kopma mukavemeti", "kopma uzaması", "akma mukavemeti" ve "sertlik" değerlerini kullanmaktadır. Bunlar içinde "sertlik" hariç diğer değerler standart olarak uygulanan çekme deneyi ile elde eldir.

Test cihazı, sabit ve hareketli çeneleri bulunan ve bu çeneler üzerine özel çubuk bağlama mekanizması olan bir düzenektir. Genel olarak yapısı prese benzeyen bu test cihazı, mekanik veya hidrolik kumandalı olarak yapılmaktadır. Denenmek istenen materyalin dayanım sınırlarına bağlı olarak birkaç kilogramdan birkaç yüz tona kadar kapasiteli olarak yapılmaktadır. Örneğin tekstil iplerinin denemesi gibi örneklerde birkaç kilogram değerinde kuvvetler yeterli olurken inşaat yapılarında beton kirişlerin mukavemeti için birkaç yüz tonluk kuvvetlere gereksinim duyulmaktadır. Genellikle küçük yapılı olanlar elle kumanda edilebilirken daha büyük kuvvetler için elektrik motoru ve vida-somun mekanizmaları yanında yaygın olarak hidrolik silindirler de kullanılmaktadır. Şekil 21de basit bir test düzeneği şeması verilmiştir.



Şekil21 Mekanik çekme deney düzeneği şematik resmi.

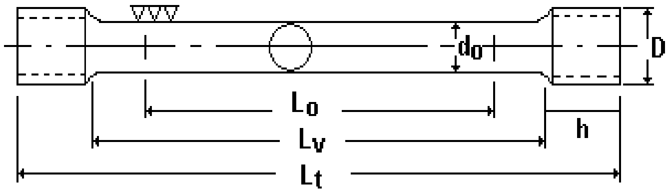
Malzemeden usulüne uygun olarak alınıp işlenen deney çubuğu deney düzeneğine bağlandıktan sonra deney başlar. Deneyde ölçülen değerler şunlardır;

Uygulanan kuvvet (N)
Uzama miktarı (mm)
Çap daralması (mm)

Çekme deneyi uluslar arası standartlara konu olmuştur. Bu standartlardan bazıları TSE 138, ISO82-1974, ASTM A370, SAE J 416 b, DIN 50 145-1975. Çekme deneyi standartlarda belirtilen şekilde elde edilmiş ve talaş kaldırarak şekillendirilmiş özel deney çubuklarının çekme kuvveti uygulayan özel bir cihazda denenmesiyle elde edilir. Deney çubukları kopma noktasının istenen yerde olmasını sağlamak amacıyla orta kısmından inceltilmiştir. Deney çubuğuna çentik etkisi yaratmaması için yüzey taşlanarak parlatılmıştır. Uzamaları ölçmek amacıyla da bu çubuk üzerinde uzunluk işaretlenmiştir. Çizelge 1 TSE standardı olarak yuvarlak deney çubuklarının ölçüleri verilmiştir.

Çizelge1 TSE Standardı Yuvarlak Çekme Deneyi Çubuklarının Ölçüleri

do	D	h	Lo	Lv	Lt
6	8	25	30	36	95
8	10	30	40	48	115
10	12	35	50	60	140
12	15	40	60	72	160
14	17	45	70	84	180
16	20	50	80	96	205
18	22	55	90	108	230
20	24	60	100	120	250
25	30	70	125	150	300



Şekil 22 Yuvarlak çekme deneyi çubuğu (TSE standardı).

Malzemenin mukavemet bilgilerine ulaşmak amacıyla yapılan standartlaştırılmış bir deneydir. Deney aleti çekiye çalışan bir prestir. Hidrolik veya mekanik olarak çalışır. Hareketli ve sabit çeneleri arasına sıkıca bağlanan malzeme örneğine kopana kadar gittikçe artan değerlerde çeki kuvveti uygulanır. Bu sırada uygulanan kuvvet ve uzama miktarları ölçümlenir ve kaydedilir. Ölçümlenen değerler; kuvvet (F), uzunluk (L) ve çap (d). Bu değerlerden yararlanarak Gerilme (σ), boyca uzama (ε) ve büzülme (ψ) değerleri hesaplanır.
Gerilme ($F/A=\sigma$) eşitliğiyle hesaplanır. Kesit alanı malzemenin ilk çapı kullanılarak hesaplanır. Gerilme sonucunda malzemede büzülme olmasına karşın bu deneyde gerilmeler ilk kesit alanına göre hesaplanır. Gerilme değerinin değişimi grafik üzerinde düşey eksende gösterilir.
Gerilme-uzama (gerinim) grafiği malzemenin gerilme ile uzama (gerinim) arasındaki ilişkisini ortaya koymaktadır. Grafiğin eğimi ve değişim gösterdiği noktalar incelenerek malzeme hakkında önemli bilgilere ulaşılmaktadır. Şekil 24 düşük karbonlu, yumuşak bir çelik olan inşaat demiri adıyla tanınan (St 37) malzemenin grafiği görülmektedir. Bu grafik üzerinde malzemenin önemli mukavemet sınırları çok belirgin olarak görülebildiği için yaygın bir örnektir. Çoğu malzemede grafikler daha sadedir. Grafiğin yatay ekseni birim boyca uzamayı (cm/cm) olarak ve düşey ekseni ise gerilmeyi (daN/cm^2) olarak göstermektedir.

Boyca uzama, malzemeye etkiyen gerilme arttıkça şekil değiştirmenin de artacağı bilinmektedir. Şekil değiştirme üç eksen doğrultusunda da oluşmasına karşın uzun ekseni boyunca geçekleşen değer kullanılır. Boyca uzama veya uzama miktarı malzemenin boyuyla doğru orantılı olduğundan, uzama miktarının ilk uzunluğa oranlanmasıyla elde edilen "birim boyca uzama" olarak tarif edilen değer kullanılır. Bu değer birimsizdir. Birim boyca uzamanın yüz ile çarpılmasıyla da " yüzde uzama" elde edilir. Uzamanın sadece toplam uzama miktarı olarak verilmesi yeterli değildir. Malzeme çok uzunsa uzamada toplamda fazla olacak yada kısa ise uzamada az olacaktır. Uzama miktarını malzemenin birim uzunluğuna göre ifade etmek daha doğrudur. Bu değer diğerleriyle kıyaslanabilir bir değerdir.

$\boldsymbol{\varepsilon_z} = (L_1 - L_0) / L_0$

$\Delta L = (L_1 - L_0)$

$\varepsilon_z = \Delta L / L_0$ (cm/cm)

$\%\boldsymbol{\varepsilon} = (\Delta L / L_0)*100$

Burada;

L_1 = Malzemenin ilk uzunluğu

L_0 = Malzemenin kuvvet etkisi altındaki son uzunluğu

ε = birim boyca uzama

Büzülme değeri zaman zaman uzamanın yerine kullanılmaktadır. Uzayan malzemenin çapı daralmaktadır. Böylece hacim sabit kalmaktadır. Şekil değiştirme büzülme ile de tarif edilebilmektedir. Birim büzülme çap daralma miktarının ilk çapa oranlanmasıyla elde edilen birimsiz bir değerdir. Büzülme yüzde olarak ta ifade edilebilir.

$\psi = (d_0 - d_1) / d_0$

$\Delta d = (d_0 - d_1)$

$\psi = \Delta d / d_0$ (cm/cm)

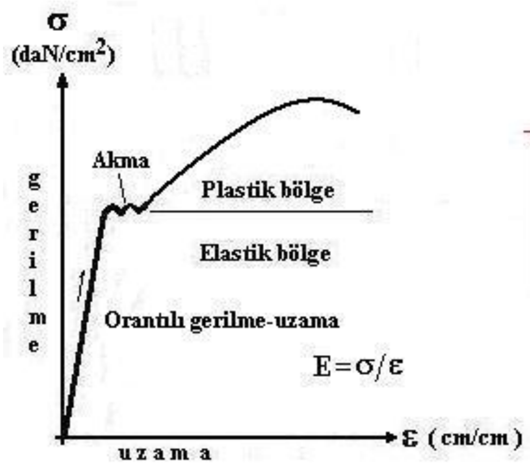
$\%\ \psi = (\Delta d / d_0)*100$

Burada;

d_0 = Malzemenin ilk çapı

d_1= Malzemenin kuvvet etkidikten sonraki son çapı

ψ = Büzülme oranı



Sıra	F	L	d	$\sigma=F/A$	$\varepsilon=\frac{L_1-L_0}{L_0}$	$\varphi=\frac{d_0-d_1}{d_0}$
0	F_0	L_0	d_0			
1	F_1	L_1	d_1	σ_1	ε_1	φ_1
2	F_2	L_2	d_2	σ_2	ε_2	φ_2
3	F_3	L_3	d_3	σ_3	ε_3	φ_3
4	F_4	L_4	d_4	σ_4	ε_4	φ_4
5	F_5	L_5	d_5	σ_5	ε_5	φ_5
				σ_{Akma}		
n				σ_{Kopma}		

Ölçme sonuçları

Şekil 23 Gerilme –Uzama diyagramı

Deneysel yolla elde edilen bu değerler bir grafikte bir araya getirilmiştir. Gerilme – Uzama veya Gerilme – Gerinim diyagramları malzemenin mukavemet değerleri için çok önemli grafiklerdir (şekil 24). Bu diyagramda düşey eksen gerilmeyi ve yatay eksen de birim boyca uzamayı göstermek üzere düzenlendiğinde şekil 24 verilen diyagram elde edilir. Diyagramın ilk bölümü gerilme – uzama ilişkisinin doğru orantılı olduğu bölgedir. Diyagramda görüldüğü gibi ilişki artan bir doğru parçası ile gösterilmektedir. Burada gerilme ile uzama orantılıdır. Hooke yasası olarak bilinen "gerilmeler uzamalarla orantılıdır" ifadesi bize gerilmeden uzamayı ve uzamadan da gerilmeyi hesaplayabileceğimizi göstermektedir.

$$E=\sigma/\varepsilon$$

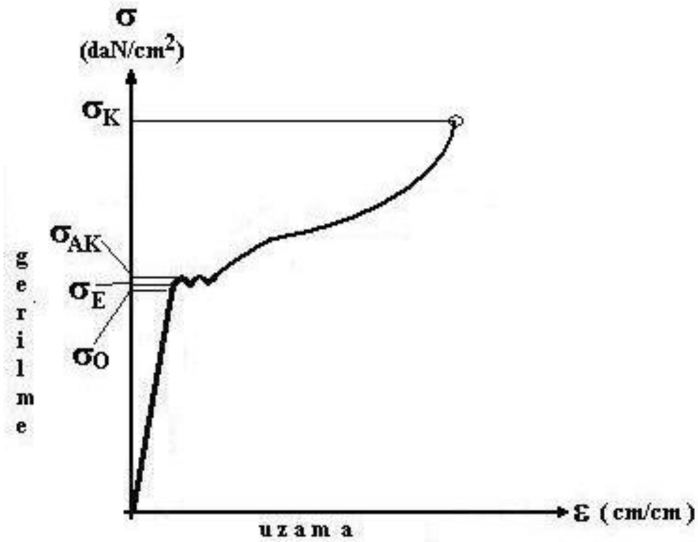
Burada

E-elastiklik modülü

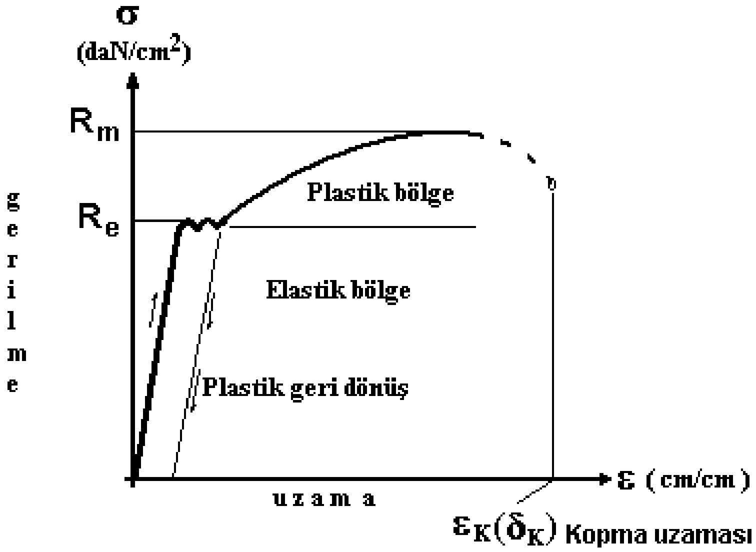
σ– gerilme

ε– uzama

Deneysel çalışmanın bir noktasından sonra gerilme ile uzama arasındaki orantının bozulduğu bir nokta vardır. Bu noktadan sonra artık gerilme ile uzama arasındaki orantı değişik değerler almaya başlar. Bu nokta ilişkinin orantılı olduğu bölgenin sonunu işaret eder. Bu noktadaki gerilme (σO) "orantılı gerilme sınırı" olarak bilinir. Bu noktadan sonra artık Hooke yasası geçerli değildir.

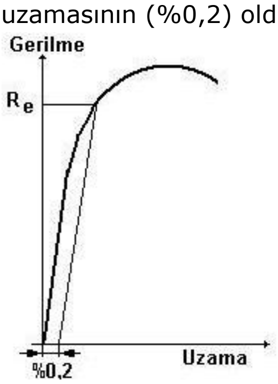


Şekil 24 Gerilme-Gerinim diyagramı. Gerilmeler büzülen kesit alanı üzerinden hesaplanmış



Şekil25 Düşük karbonlu çeliğin (St 37) Gerilme-Uzama (gerinim) grafiği. Gerilmeler ilk kesit alanına göre hesaplanmış.

Malzeme çekme deneyi devam ederken sürekli olarak malzemede ki uzmanın elastik özellikte olup olmadığı kontrol edilir. Bunun içinde kuvvet sıfıra indirilir ve uzunluk ölçümü yapılarak ilk uzunluğun korunup korunmadığı kontrol edilir. Orantılı gerilme sınırının hemen üzerindeki gerilmelere karşılık gelen yerlerde yapılan kontrol ölçümlerinde malzemede kalıcı uzamalar ölçülmeye başlanır. Bu kalıcı uzamalar çok küçük değerlerde olmasına karşın artık şekil değiştirmenin plastik (yoğruk) özellik kazandığı gözlenir. Şekil değiştirmenin plastik özellik kazandığı bu sınır gerilme değerinde (σE) "Elastik gerilme sınırı" denilmektedir. Elastik gerilme sınırın hemen üzerindeki bölge farklı bir karakterde gerilme ve uzama gösterir. Elastik sınır aşıldıktan hemen sonra malzemede beklenmedik uzamalar gözlenir. Bu noktada kuvvet daha fazla artırılmadığı halde beklenenden daha fazla ortaya çıkar. Bu uzamalar "akma" olarak adlandırılır. Malzemede bu olay "malzemenin akması" olarak adlandırılır. Akmanın oluştuğu gerilme sınırına da (σAK) (Re) "akma gerilmesi" denir. Akma ile oluşan uzamaların tamamı plastiktir. Akma gerilmesi sonunda malzeme üzerinden kuvvet kaldırıldığında artık geri dönüşüz, kalıcı bir uzama görülür. Malzeme için akma gerilmesi sınırı, önemli bir değerdir. Bu malzeme artık kalıcı şekil değiştirmiştir. Pratikte orantılı gerilme ve elastik gerilme sınırı kullanılmaz. Bu sınır değerlerin yerine akma gerilmesi kullanılır. Birçok makine parçası içinde bu sınır aynı zamanda mukavemet sınırıdır. Makine parçalarının çalışma yükleri altında kalıcı şekil değiştirme göstermemesi istenir. Bu makinenin çalışan kısımlarının tekrarlı işler yapabilmesi açısından önemlidir. Birçok gevrek malzemede, örneğin yüksek karbonlu çeliklerde, dökme demirlerde, yay çeliklerinde akma sınırı oldukça yüksektir. Ancak bu malzemelerin gerilme-uzama grafikleri incelendiğinde belirgin bir akma noktası gözlenmez. Gevrek malzemelerin grafikleri kopana kadar orantılı olarak artar ve fazla şekil değiştirmeden kopar. Bu gibi akma sınırı ölçülemeyen malzemeler için akma sınırı kopma uzamasının (%0,2) olduğu gerilme olarak tarif edilir.



Şekil 26 Gevrek malzemelerde Akma sınırı.

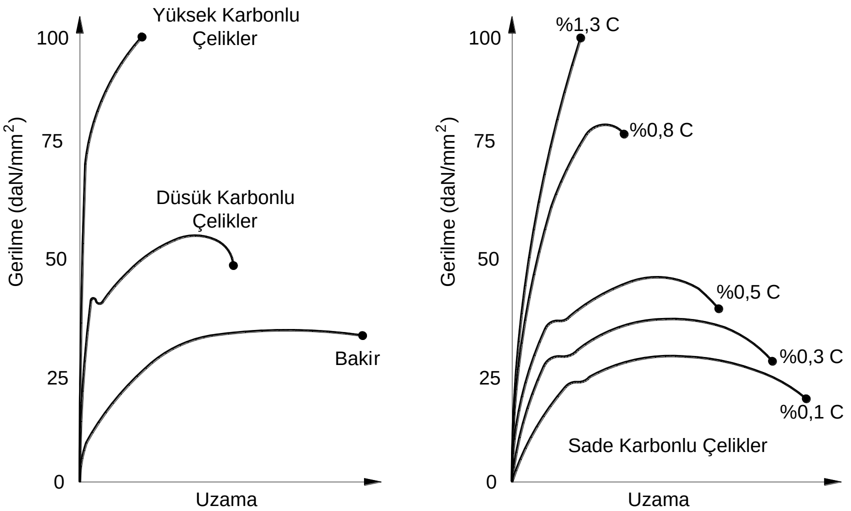
Akma uzaması gerçekleşip uzamalar son bulduktan sonra malzeme üzerindeki kuvveti artırarak çekme deneyine devam ettiğimizde malzeme gerilime bağlı olarak uzamaya devam eder ancak bu uzamalar her seferinde bir öncekinden daha fazladır. Bu uzamaların grafiği bu nedenle bir eğri oluşturur. Bu şeklide artan gerilmelerin belirli bir değerinde aniden uzamalar hızla artar, malzeme hamur gibi davranır ve uzayarak kopar. Bazı araştırmacılar uzama kopmasının başladığı anda özel düzenekler yardımıyla kuvvetleri azaltmalarına karşın uzamaların durmadığını, devam ettiğini ve malzemenin koptuğunu belirlemişlerdir. Bu nedenle eğri, tepe noktasından sonrası azalma gösterir ve kesikli çizgi ile gösterilir. Ancak mukavemet açısından malzemenin kopma uzamasının başladığı gerilme önemlidir. Bu gerilme değerine (σK) "kopma gerilmesi" "minimum kopma gerilmesi" "çekme gerilimi" denir. (Rm) "çekme dayancı" ve "minimum çekme mukavemeti" "minimum çekme dayancı" olarak ta adlandırılır. Malzemenin kopmasına neden olan bu sınır değer aynı zamanda mukavemet sınır olarak ta kullanılmaktadır. Özellikle gevrek malzemeler için mukavemet sınırı akma gerilmesi değil kopma gerilmesi olarak kullanılır.

Malzemenin koptuğu andaki toplam uzaması da önemli bir malzeme özelliğidir. Bazı malzemeler kopana kadar çok az uzama gösterirler bu malzemelere (duktil) gevrek malzemeler denir. Çinko, magnezyum, cam, dökme demirler, yüksek karbonlu çelikler kopana kadar fazla uzamazlar. Bakır, yumuşak çelikler, plastik gibi malzemeler ise kopana kadar çok fazla uzarlar. Bunlara sünek malzemeler denir.

Malzemelerin kopma uzaması (%δ_K) çoğunlukla (%) olarak verilir. Yumuşak çeliklerde bu değer (%22-27) gibi değerler alırken, yüksek karbonlu çeliklerde (%5-7) ve demir dökümlerde ise (%5) düzeylerindedir. Bazı çok yüksek karbonlu çeliklerde ise (%5) değerlerini dahi bulamamaktadır. Diğer yandan bu deney sonucunda elde edilen büzülme değerleri de şekil değiştirme özelliğinin tanımlanması amacıyla kullanılmaktadır. Kopma uzaması değerleri yanında (Z) (ΨK) kopma büzülmesi de kullanılmaktadır. Kopma büzülmesi değerleri Sünek malzemelerde (%60) değerlerine kadar çıkmaktadır. Bunun yanında (%55-43) gibi değerler veren sünek çelik malzemeler vardır. Malzemede uzama ile büzülme arasındaki ilişki (υ)"poisson oranı" olarak tanımlanır. Poisson oranı uzamanın büzülmeye oranıdır.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\Delta d / d_o = -\upsilon\ \varepsilon_z$$

$$\upsilon = 0{,}25 \ldots 0{,}33 \quad \upsilon_{çelik} = 0{,}3$$



Şekil 27. Bazı çeliklerin ve bazı metallerin gerilme-gerinim diyagramları

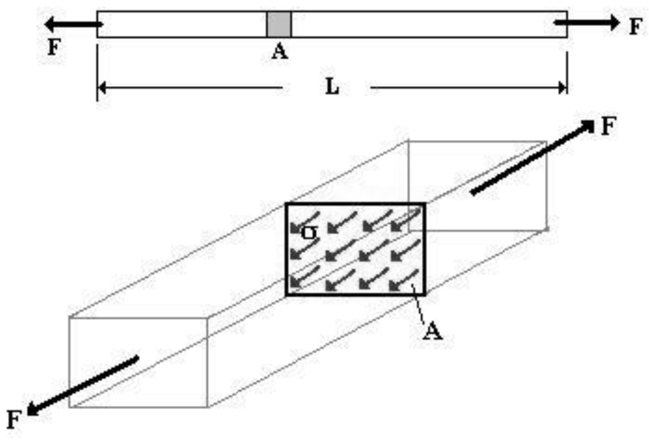
Malzemelerin gerilme-gerinim grafiklerine bakarak onlar hakkında birçok bilgiye ulaşabiliriz ve özellikleri hakkında yorum yapabiliriz. Aşağıda farklı mekanik özellikleri olan bazı malzemelerin gerilme-gerinim diyagramları verilmiştir. Bu diyagramlarda eğrinin ilk bölümünün dikliği malzemenin az uzayan gevrek bir yapısı olduğunu gösterir. Akma gözlenen malzemeler çoğunlukla yumuşak çeliklerdir. Akma noktası belli olmayan malzemeler daha çok gevrek malzemelerdir ve akma noktaları oldukça yüksektir. Bu malzemelerin kopma dayançları yüksektir. Grafiğin üst kısmı eğri şeklinde olan malzemeler daha sünek malzemeleri ifade eder. Düşük karbonlu yumuşak çelikler yanında Bakır, Plastik, Alüminyum gibi malzemeler de sünektir.

Çizelge 2. Bazı Malzemelerin (E) Elastiklik Sayıları, (G) kayma modülleri ve (υ) poisson oranları

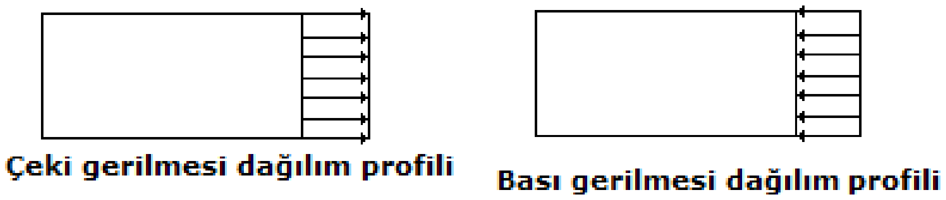
Malzeme	E (N/mm^2=MPa)	G (N/mm^2=MPa)	υ
Dökme demir	$1,95\text{-}1,47.10^5$	$0,36\text{-}0,577.10^5$	0,211-0,299
Paslanmaz çelik	$2,074.10^5$	$0,745.10^5$	0,305
Yüksek karbonlu ve sertleştirilmiş çelikler	$2,010\text{-}2,109.10^5$	$0,773\text{-}0,837.10^5$	0,292
Dökme çelik	$2,004.10^5$	$0,794.10^5$	0,265
Yumuşak demirler	$1,659.10^5$	$0,654.10^5$	0,271
Bakır	$1,097.10^5$	$0,408.10^5$	0,355
Pirinç (70-30)	$1,117.10^5$	$0,422.10^5$	0,331
Dökme pirinç	$1,019.10^5$	$0,373.10^5$	0,357
Alüminyum alaşımları	$0,696\text{-}0,724.10^5$	$0,260\text{-}0,274.10^5$	0,334
Magnezyum	$0,4.10^5$	$0,2.10^5$	0,35
Molibden	$3,375\text{-}3,655.10^5$	$1,2.10^5$	0,31
Titanyum	$1,054\text{-}1,125.10^5$	-	-
Paslanmaz çelik (18/8)	$1,940.10^5$	$0,745.10^5$	0,305
Tahta	$0,5\text{-}1,2.10^5$	$6,8.10^5$	-
Beton	$2,0\text{-}3,5.10^5$	-	-
Mermer	$2,9.10^5$	-	-
Cam	$4,6\text{-}8,0.10^5$	-	-
Kauçuk	19,6-784,8	-	-

Çeki ve Bası Gerilmelerinde Şekil değiştirme

Daha önceki bölümde de gördüğümüz gibi, bir metal çubuğa ekseni doğrultusunda dışa dönük olarak kuvvet uyguladığımızda cisimden dışa yönelmiş bu kuvvetler cismi uzamaya zorlarlar. Cisim üzerine uygulanan bu kuvvete çekme kuvveti denir ve "çeki gerilmesi" oluşturur. Çeki gerilmeleri kesit düzlemine diktir, dolayısıyla "normal" gerilmelerdir. Bu gerilmeler cismin kesit düzlemine eşit olarak yayılmıştır. Çeki gerilmesi, çentik etkisi, çap daralması, kavis vb özel haller dışında, kesite eşit olarak yayılır.



Şekil 28 Malzemeye etkiyen çeki kuvveti ve çeki gerilmesi.



Şekil 29 Çeki ve bası gerilmelerinde gerilme dağılım profili
Malzeme üzerine bir kuvvet etkidiğinde bu kuvvetin malzeme üzerindeki dağılımı malzemenin kesit alanının büyüklüğüne şekline bağlıdır. Kuvvetin malzeme içerisinde oluşturduğu etki "gerilme" olarak adlandırılır. Gerilme dış kuvvetin malzeme içerisindeki tepki olan iç kuvvetlerdir. Bir dış kuvvetin malzeme üzerinde yaratacağı etki sadece kuvvetin büyüklüğü ile tanımlanamaz. Parça boyutları da kuvvet kadar önemlidir.

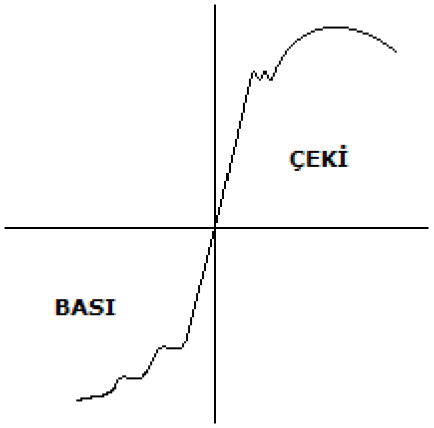
$$\sigma_{çeki} = \frac{F}{A}$$

Burada;
$\sigma_{çeki}$ – çeki gerilmesi
A – Kesit alanı
F - Kuvvet

Gerilme dış kuvvetin (F) malzeme kesit alanına (A) bölünmesiyle bulunur. Çeki ve bası gibi kuvvetler kendi doğrultularında ve malzeme kesitine dik gerilmeler oluştururlar. Bunlara normal gerilme denir ve çeki gerilmesi, bası gerilmesi şeklinde adlandırılır.

$E = \sigma / \varepsilon_z$
$\varepsilon_z = \sigma / E$
$\varepsilon_z = \Delta L / L_0$
$\sigma = F/A$
$\Delta L = \varepsilon_z . L_0 = \sigma L_0 / E = (F/A)(L_0/E)$

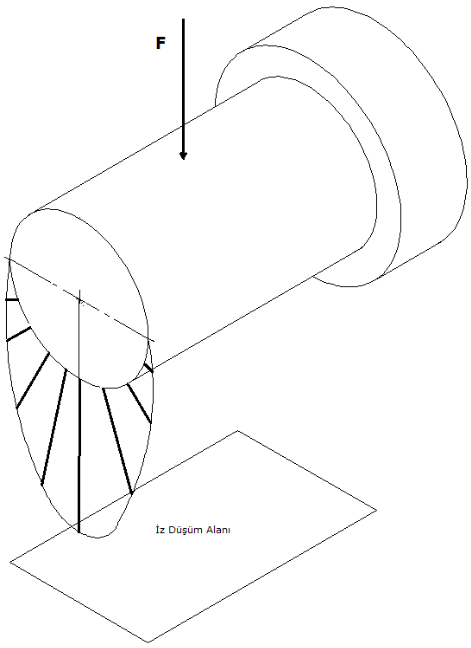
$\Delta L = F*L/ A*E$
Bası gerilmeleri grafikte çeki gerilmesinin devamı gibi ancak eksi işaretli tarafta görülür. Malzemelerde basma gerilmelerine dayanım daha yüksektir. Kırılma olasılığı dah düşüktür. Kırılma kopması açılı bir kayma olarak gözlenir. Basmada daha çok öne çıkan yüzey basıncı etkisidir.



Şekil 30 Çeki ve bası birlikte gerilme-gerinim diyagramı
Yüzey basıncı bası etkisi altındaki bir cismin temas yüzeyi alanında oluşan (p) basınç kuvvetleridir. Bu kuvvetlerin etkisi altında yüzeyde ezilmeler ortaya çıkabilir. Bazı malzemeler yüzey basıncına çok dayanıklı olabildiği gibi bazıları ise oldukça dayanıksızdır. Ahşap, plastik gibi malzemeler yüzey basıncına çok hassastırlar hemen ezilmeler gözlenir. Alüminyum, bakır

magnezyum metallerde yüzey basıncına dayanımı düşük malzemelerdir. Çeliklerinde yüzey basıncına dayanımları çok yüksek değildir. Bunun yanında dökme demirlerin yüzey basıncı dayanımı yüksektir. Bakır alaşımları olan bronzlar ve pirinçlerin yüzey basıncı dayanımları çok yüksektir. Diğer yandan yatak malzemesi olarak bilinen beyaz metal adıyla anılan bazı alaşımlar ise çok yüksek yüzey basıncı dayanımına sahiptir. Yüzey sertliği ile ilişkili olmakla beraber bronz pirinç gibi alaşımlar çok sert olmamalarına karşın yüzey basıncı dayanımları yüksektir. Yüzey basıncı yüzeye etki eden bası kuvvetinin yüzey alanına bölünmesiyle hesaplanabilir.

P= F/A (N/cm^2)



Şekil 31 Yüzey basıncının dağılımı

Basıncın etkisinde kalan eğri yüzeylerde hesaplamalar yüzeyin izdüşümü üzerinden yapılır. Çapı D ve uzunluğu L olan bir milin iz düşümü D*L şeklinde bir dikdörtgen olarak hesaplanacaktır.

Çizelge 3. Bazı malzemelerin emniyetli yüzey basıncı dayanımları (N/mm^2)

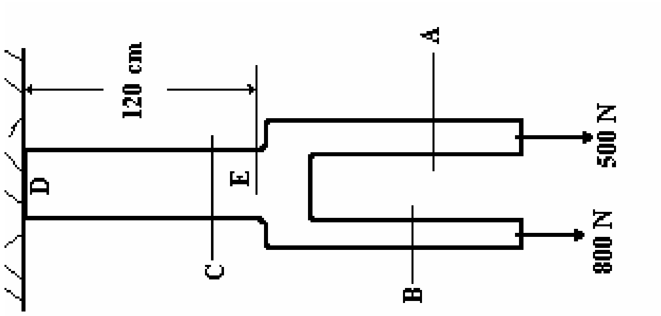
Malzeme	Statik zorlanma	Titreşimli zorlanma	Tam değişken zorlanma
Bronz(Bz)(Cu-Zn alaşımı)	30	20	15
Dökme demir(GG)	70	50	30
Dökme çelik(GS)	80	60	40
St37	85	65	50
St50	120	90	60
St60	150	105	65
St70	180	120	80

Örnek Çözüm.1

Şekildeki iki kollu çubuğun A kolu 2x2 cm boyutlarındadır. Bu kola 800 N yük gelmektedir. B kolu 1 x1 cm boyutlarındadır. Bu kola ise 500 N yük gelmektedir. Her iki kolu da gövdeye bağlayan C kolu ise 2,5 x2,5 cm boyutlarındadır. Dökme demirden yapılan bu kollarının;

a)A,B ve C kesitlerindeki gerilmeleri ve

b)DE boyundaki uzamayı hesaplayınız.



a) Kollar üzerine etkiyen kuvvet kolun uzun ekseni doğrultusunda çeki şeklinde etkimektedir. Oluşturacağı gerilmede çeki gerilmesidir.

A kolunun kesit alanı A= 2 x 2 = 4 cm^2

$\sigma_{çeki\ A}$= F / A = 800 / 4 = 200 N / cm^2 = 20 daN/ cm^2

B kolunun kesit alanı A = 1 x 1 = 1 cm^2

$\sigma_{çeki\ B}$= F / A = 500 / 1 = 500 N / cm^2 = 50 daN/ cm^2

C kolunun kesit alanı A= 2,5 x 2,5 = 6,25 cm^2

C koluna etki eden kuvvet F = FA + FB = 800 + 500 = 1300 N

$\sigma_{çeki\ C}$= F / A = 1300 / 6,25 = 208 N / cm^2 = 20,8 daN/ cm^2

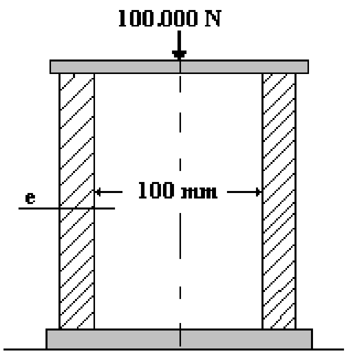
b) Ana kolun üzerinde işaretli DE uzunluğu çeki etkisinde kaldığından uzamaya zorlanacaktır. Malzemesi dökümdür. Çizelgeden dökümün E= 1,95 $*10^5$ N/mm^2 (E= 19,5 $*10^6$ N/cm^2) olduğu bulunur. Uzama miktarı;

ΔL= (F * L) / (A *E) = (1300 * 120) / (6,25 * 19,5 * 106)=

ΔL= 156000 / 121,875 *106 =1,28 * 10 -3 = 0,00128 cm = 0,0128 mm

Örnek çözüm 2.

Şekilde görülen borunun iç çapı 10 cm dir. Boru üzerine 100.000 N kuvvet etki etmektedir. Bu malzemenin güvenli dayanımı σem = 800 N/cm^2 olarak verilmiştir. Borunun bu yükü güvenle taşıyabilmesi için borunun et kalınlığı ne kadar olmalıdır hesaplayınız.



(Boru üzerine etki eden kuvvet bası kuvvetidir. Oluşacak gerilme de bası gerilmesi olacaktır. Bu malzemede boyca kısalma yaratır. Malzemenin kırılmadan dayanabileceği güvenli dayanımı kopma dayanımın oldukça altındadır. Makine parçaları boyutlandırılırken genellikle güvenli dayanımları dikkate alınır.

σBası= F / A

Borunun kesit alanı iç içe iki dairedir. Faydalı alan bilezik şeklindedir. Bu alanı bulmak için dış dairenin (D) alanından iç dairenin (d) alanı çıkarılır.)

A= (π D^2 /4) - (π d^2 /4)

Boru et kalınlığı diş daire çapı ile iç daire çapı arasındaki farkın yarısı kadardır.

e = D-d/2

σ_{em} = F / [(π D^2 /4) - (π d^2 /4)]

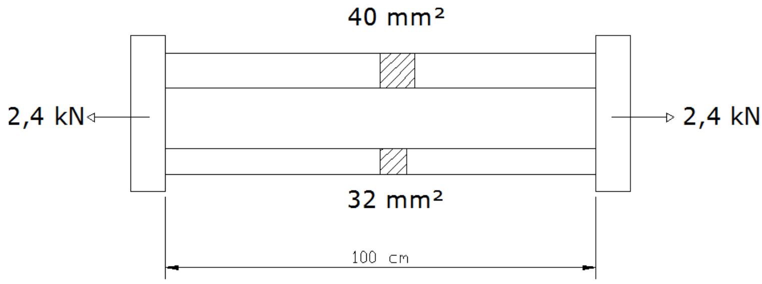
F = σ_{em} * [(π D^2 /4) - (π d^2 /4)] = 800 [(π D^2 /4) – (π 10^2 /4)]

D^2 = 203,5*4/ 3,14 = 259,23 D = $(259,23)^{½}$ = 16,1 cm

e= (16,1 – 10) / 2 = 3,05 cm

Örnek çözüm 3.

Şekildeverilen iki çubuk yan yana getirlerek bir başlığa birlikte eklenmiştir. Birinci kısımda kesiti 32 mm2 olan çelik (EFe=20 * 106 N/cm2) çubuk ve ikinci kısımda kesi,ti 40 mm2 olan Alüminyum (EAl=8* 106 N/cm2) çubuk kullanılmıştır. Çubuklar 2,4 kN kuvvetle çekilmektedir. Çubuk uzunlukları 100 cm. Çelik ve Alüminyum çubukta oluşan gerilmeleri ve uzamayı hesaplayınız?

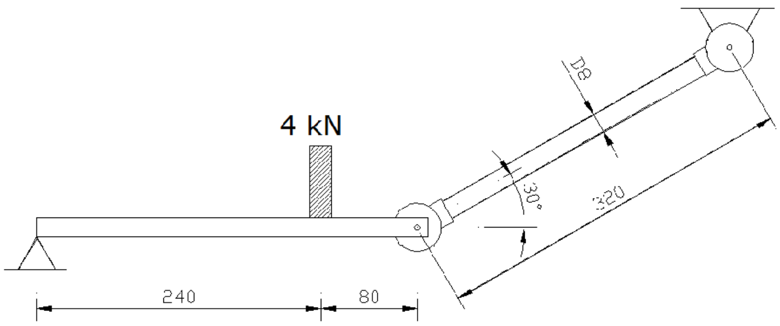


(Bu iki çubuk rijit bir şekilde bağlı olduğu için uzamaları biriyle aynı olacaktır. Birliklte uzayacaklardır. Ancak toplam kuvvet aralarında eşit paylaşılmayacaktır. Kesit alanına ve elastiklik sayısına bağlı olarak farklı değerlerde kuvvetleri taşıyacaklardır. Her iki çubuktaki kuvvetler toplamı toplam kuvvet kadar olacaktır. Burada iki eşitlik elde edilmiş olur. Birincisi uzamaların eşit olduğunu gösteren eşitlik ikincisi ise kuvvetlerin toplamının toplam kuvvete eşit olduğunu gösteren eşitlik)

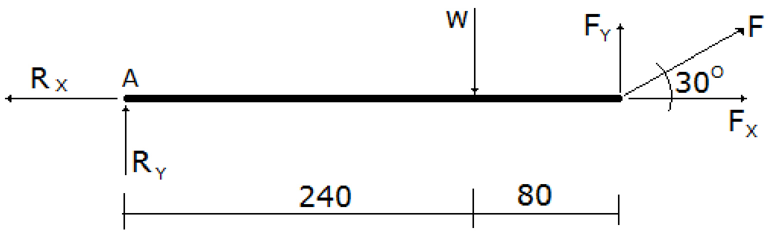
(1.Eşitlik) $\mathbf{\Delta l_{FE} = \Delta l_{AL}}$ (2. Eşitlik) $\mathbf{F= F_{FE} + F_{AL}}$

$(F_{FE} * l)/(A_{FE}*E_{FE}) = (F_{AL} * l)/(A_{AL}*E_{AL})$
$(F_{FE})/(32*20*10^4) = (F_{AL})/(40*8*10^4)$
$320\ F_{FE} = 640\ F_{AL}$ $F_{FE} = 2\ F_{AL}$ $F= F_{FE} + F_{AL} = 3F_{AL}$
$2{,}4\ kN = 3F_{AL}$ $F_{AL} = 2{,}4/3= 0{,}8\ kN$ $F_{FE} = 1{,}6\ kN$
$\Delta l_{FE} = \Delta l_{AL} =(F_{AL} * l)/(A_{AL}*E_{AL}) = (800*1000)/(40*8*10^4) = 0{,}25\ mm$
$\sigma_{FE}= F_{FE}/ A_{FE} = 1600/32= 50\ N/mm^2$
$\sigma_{AL}= F_{AL}/ A_{AL} = 800/40= 20\ N/mm^2$

Örnek çözüm 4.
Şekil dete verilen yatay çubuk üzerinde 4 kN yük vardır. Yatay çubuk sol ucundan sabit mesnetle yataklanmıştır. Sağ uçtan ise bir askı çubuğuna oynak bağlıdır. Askı çubuğu yatayla 30° açı yapmaktadır. Çubuğun malzemesi çelik olup çapı 8 mm dir. ($E_{çelik}$=2,1 * 105 N/mm2) özelliktedir. Çubukta oluşan gerilmeyi ve uzamayı hesaplayınız.



Serbest cisim diyagramı

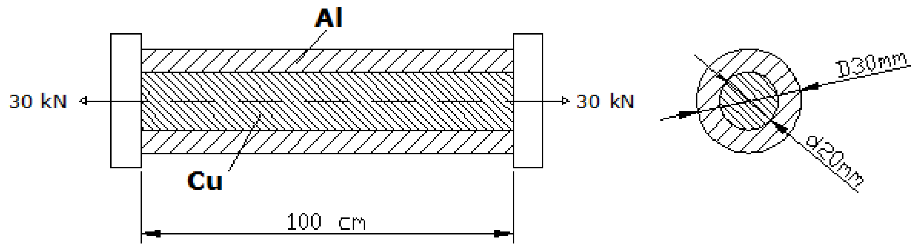


Çubuğa etkiyen çeki kuvveti F kuvvetidir. Bu kuvveti denge eşitliklerini yazarak hesaplayabiliriz.
$\Sigma F_X = 0$; $\Sigma F_Y = 0$ $\Sigma M_A = 0$
$\Sigma F_X = 0$ $R_X - F_X = 0$ $R_X = F_X$
$\Sigma M_A = 0$ $-W*240 + F_Y*320 = 0$ $F_Y = 4*240/320= 3kN$
$F_Y = F*\sin 30° \Rightarrow F = F_Y / \sin 30° =3/0{,}5 = 6kN$

σ = F/A = 6000 / 50,26 = 119,37 N/mm^2 [A=πD^2/a= π(8)^2 /4 = 50,26 mm^2]
Δl = (F*l)/(A*E) = (6000*320)/(50,26*2,1*10^5)0,181 mm

Örnek çözüm 5.

Şekilde verilen 100 cm uzunluğunda 20 mm çaplı (Cu) bakır çubuk, gene 100 cm uzunluğunda dış çapı 30 mm ve iç çapı 20 mm Alüminyum boru içerisine yerleştirilmiş ve uygun bir başlıkla birleştirilmiştir. Başlığa 30 kN çeki kuvveti uygulanmıştır. Alüminyum (Al) ve Bakır (Cu) çubukta oluşan gerilme ve uzamayı hesaplayınız. (E_{Al}=0,8 * 10^5 N/mm^2) (E_{Cu}=1* 10^5 N/mm^2)



$\Delta l_{Cu} = \Delta l_{AL}$ F= $F_{Cu} + F_{AL}$

$(F_{Cu} * l)/(A_{Cu}*E_{Cu}) = (F_{AL} * l)/(A_{AL}*E_{AL})$

A_{Cu}=π/4 (d^2)= π/4(20^2)=314,15 mm^2

A_{Al}=π/4 (D^2-d^2)= π/4(30^2-*20^2)=392,69 mm^2

(F_{Cu}) / (1*10^5*314,15) = (F_{AL}) / (0,8*10^5*392,69)

(F_{Cu}) (0,8*10^5*392,69) = (F_{AL}) (1*10^5*314,15)

314,15 F_{FE} = 314,15 F_{AL} F_{FE} = F_{AL} = F /2 = 30000/2=15000 N

$\Delta l_{Cu} = \Delta l_{AL}$ =(F_{AL} * l)/(A_{AL}*E_{AL}) = (15000*1000)/(392,69*0,8*10^5) = 0,47 mm

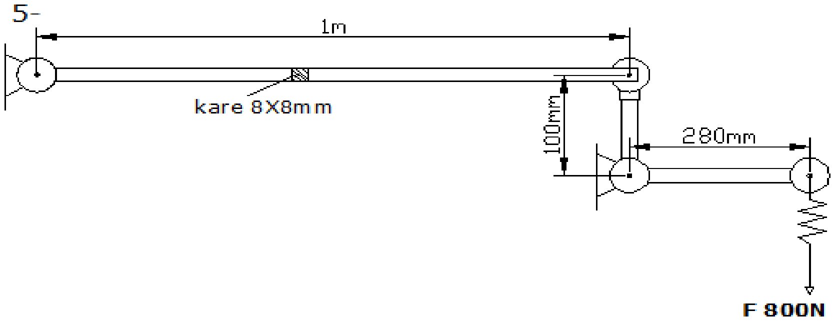
σ_{Cu}= F_{Cu}/ A_{Cu} = 15000/314,15= 47,74 N/mm^2

σ_{AL}= F_{AL}/ A_{AL} = 15000/392,69= 38,19 N/mm^2

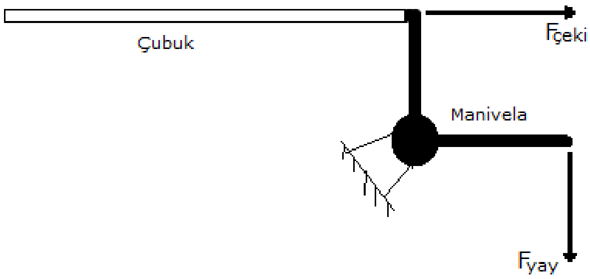
Örnek çözüm 6.

Şekilde verilen manivela kısa kolunun uzunluğu 100mmdir. Bu kolun ucuna 8X8 mm kare kesitli 1m uzunluğunda çelik çubuk bağlanmıştır. Manivelanın uzun kolu ise 280 mm uzunlukta olup bu kola bir yay yardımıyla 800 N kuvvet uygulanarak çelik çubuk çekme gerilmesi etkisinde bırakılmıştır. Çubukta oluşan gerilmeyi ve uzamayı hesaplayınız. (E_{Fe}=2 * 10^5 N/mm^2) (20P)

5-



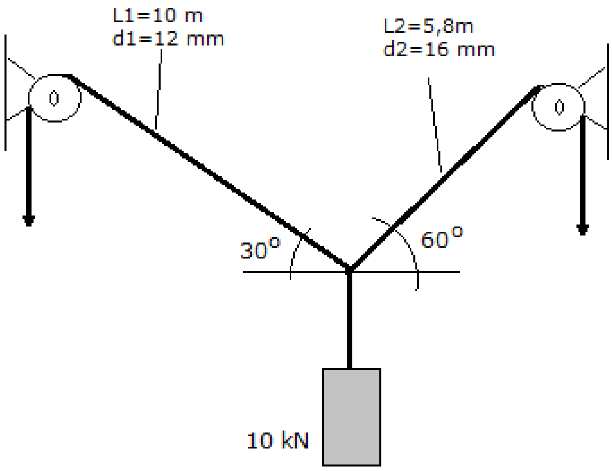
Serbest cisim diyagramı

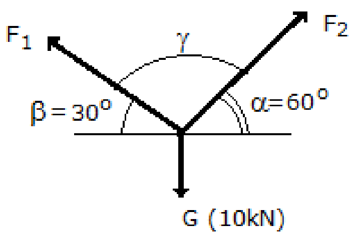


Manivelalar üzerlerine etkiyen kuvveti kaldıraç etkisiyle kollarının birbirine oranına eşit bir şekilde artırır yada azaltırlar. Burada kollar 280/100 oranında kuvveti artırmaktadır.

$F_{yay}*L = F_{çeki}*l$ $\quad$ $F_{çeki} = F_{yay}*L / l$ $\quad$ $F_{çeki} = 800*280/100 = 2240$ N
$A = 8*8 = 64\ mm^2$
$\sigma_ç = F_{çeki}/ A = 2240/64 = 35\ N/mm^2$
$\Delta l = (F_{çeki}*l)/(A*E) = (2240*1000)/(64*2*10^5) = 0,175$ mm

Örnek çözüm7.
Şekilde verilen uzunluğu 10 m ve çapı 12 mm olan çelik çubuk ($E_{Fe}=20 * 10^6\ N/mm^2$) ile uzunluğu 5,8 m ve çapı 16 mm olan çelik çubuk birlikte 10 kN ağırlıktaki yükü kaldırmaktadırlar. Bu iki halat duvara bağlı makaralardan geçirilmiştir. Uzun halat yatayla 30° ve kısa halat yatayla 60° açı yapmaktadır. Halatlarda oluşan gerilmeyi ve uzamayı hesaplayınız. ($E_{celik}=2*10^5\ N/mm^2$)

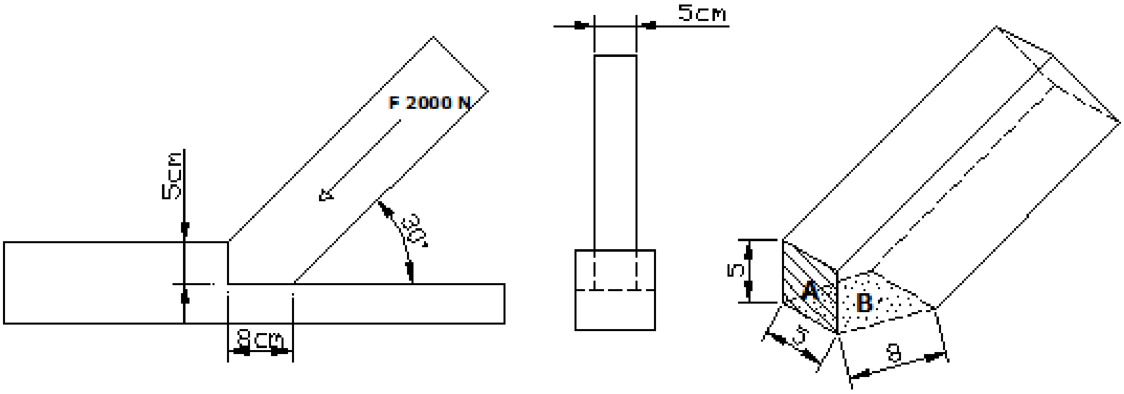




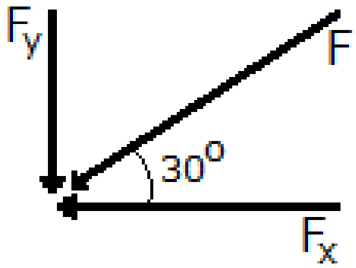
Sinüs teoremi (Lami teoremi) Üç kuvvet hali. Bu eşitlikler yardımıyla her iki halata gelen kuvvetleri hesaplayabiliriz.
$F1/\sin\alpha = F2/\sin\beta = G/\sin\gamma$
$F1/\sin 150° = F2/\sin 120° = 10kN/\sin 90°$
$F1 = 10 (\sin 150°/ \sin 90°) = 10000*(0,5/1) = 5000$ N
$F2 = 10 (\sin 120°/ \sin 90°) = 10000*(0,866/1) = 8660$ N
L1=10 m=10000 mm $\quad$ d1=12 mm $\Rightarrow A1=\pi/4\ (12^2) = 113,09\ mm^2$
L2=5,8 m=5800 mm $\quad$ d2=16 mm $\Rightarrow A2=\pi/4\ (16^2) = 201,05\ mm^2$
$\sigma_1=F1/A1 = 5000/113,09 = 44,21\ N/mm^2$ $\quad$ $\Delta L1=\sigma_1\ (L1/E) = 44,21(10000/2*10^5) = 2,21$ mm
$\sigma_2=F2/A2 = 8660/201,05 = 43,07\ N/mm^2$ $\quad$ $\Delta L2=\sigma_2\ (L1/E) = 43,07(5800/2*10^5) = 1,24$ mm

Örnek çözüm8.

Şekilde ahşap kalas 5 cm genişliktedir. Bu kalas ucu biçimlendirilerek 30° açı ile çatının taban kirişindeki yuvasına oturtulmuştur. Yuvanın yüksekliği 5 cm ve yatay kısımda temas eden kısım ise 8cm uzunluktadır.Kalas üzerine 30° açı ile 2000 N Bası yükü gelmektedir. Şekilde tarif edilen A ve B yüzeylerinin yüzey basıncını hesaplayınız.



Kalas üzerine gelen F kuvvetini yatay ve dişey bileşenlerine ayırarak A ve B yüzeylerine gelen bası kuvvetlerini hesaplayabiliriz.



F_x = F*cos30° = 2000*0,866 = 1732,05 N (F_A)

F_Y = F*sin30° = 2000*0,500 = 1000 N (F_B)

A_A = 5*5=25 cm^2

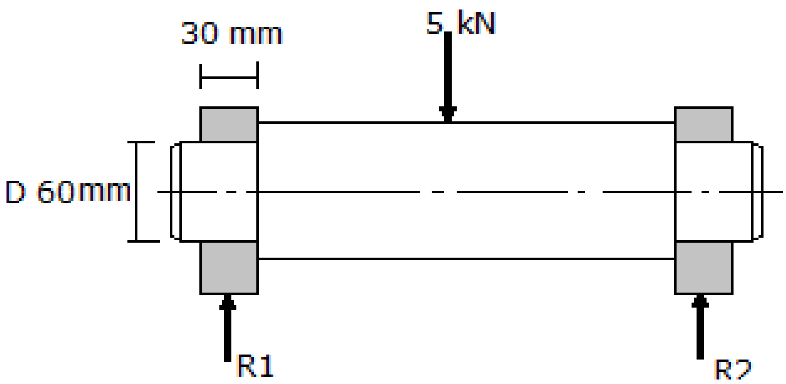
A_B = 5*8=40 cm^2

p_A = F_x / A_A = 1732,05/25 = 69,28 cm^2

p_B = F_Y / A_B = 1000/40 = 25 cm^2

Örnek çözüm9.

Şekilde verilen mil 40 mm çapında olup üzerinde 5 kN düşey yük taşımaktadır. Milin 30 mm uzunluğundaki kısmı (muylu) yatak içerisinde bulunmaktadır. İki taraftan yataklanmış olan milin yataklarında oluşan yüzey basıncını hesaplayınız.



Her yatağa düşen yük eşittir. Bu durumda 1 nolu yatağa gelen yükü F/2 ile hesaplayabiliriz. Yatağın izdüşümü ise bası kuvvetinin etki alanıdır.
F1=F/2= 5000/2 =2500N
A1= d*l=60*30=1800 mm^2
P=F1/A1=2500/1800=1,38 N/mm^2

Burkulma gerilmeleri,

Kritik yük değeri aşılınca çubuk denge durumunu kaybeder ve doğrusal olan şekli bozularak eğri biçimini alır. Bu olaya burkulma yada flambaj denilmektedir. Burkulma ince ve uzun yapılı, başka deyişle bir boyutu diğer boyutlarından çok fazla olan cisimlerde (narin cisimler) görülen özel bir eğilme halidir. Cisme etki eden kuvvet bir basma kuvvetidir. Bu kuvvetin etkisi altında narin cisimde uzun ekseni boyunca gözlenen, burkulma (flambaj) olarak adlandırılan bir eğilme ortaya çıkar .

Şekil 32 Burkulma hali

Burkulmuş çubuk üzerinden basma kuvveti kalktığında tekrar eski şeklini alıyorsa bu elastik burkulmadır. Kuvvet etkisi katlıktan sonra kalıcı bir şekil değişikliği gözleniyorsa bu yarı elastik- yarı plastik burkulmadır. Burkulmanın önceden tahmini önemlidir. Çubuğun belirli bir yük altında burkulmaya uğrayıp uğramayacağının önceden belirlenmesi gerekir. Bu amaçla çubuğun (λ) narinlik derecesinin bilinmesi gerekir.

$$\lambda = s/i$$

λ -Narinlik derecesi
S- serbest burkulma uzunluğu
i-atalet yarıçapı

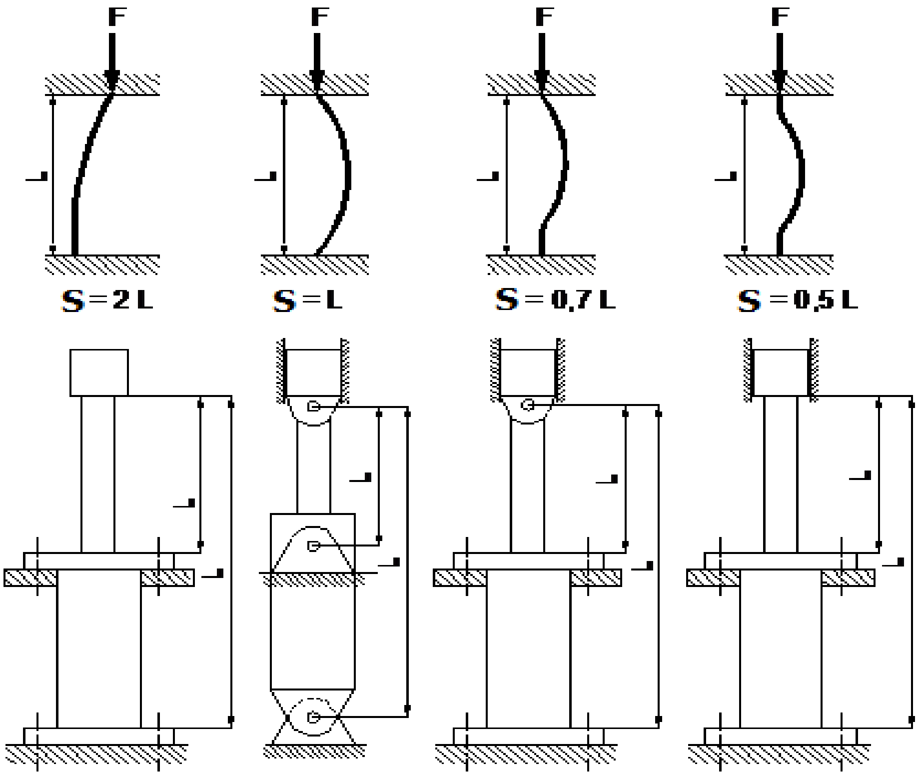
Atalet yarıçapı aşağıdaki eşitlikten hesaplanablir.

$$i = \sqrt{I_{min}/A}$$

I_{min} = Çubuğun en küçük atalet momenti
A-Çubuğun kuvvete dik kesit alanı
Çubuk için (λ_0) kritik narinlik derecesi aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{E/\sigma_p}$$

Burada;
σ_P- Çubuk malzemesinin orantılı gerilme sınır değeri
Çubuğun (λ) Hesaplanan narinlik oranı (λ_o) kritik narinlik oranından farklı ise hesaplanmaları farklı yöntemlerle yapılmaktadır.
$\lambda > \lambda_o$ burkulma elastik burkulmadır. Euler bölgesi olarak anılır
Yani burkulan çubuk tekrar eski şeklini geri kazanabilecektir.
$\lambda < \lambda_o$ burkulma yarı elastik –yarı plastik olarak tanımlanır. Tetmajer bölgesi olarak anılır.
Euler bölgesi olarak anılan elastik burkulma bölgesi için serbest burkulma uzunluğunun Euler tarafından tanımlanmış dört hali vardır. Burada S ile L arasındaki katsayılar belirlenmiştir.



Şekil 33 burkulma halleri

Çizelge 4. Çeşitli malzemelerin

Malzeme	λ_o	**Orantı sınırı σ_p (N/mm^2)**	**Elastisite Modülü E (N/mm^2)**	**Serbest Burkulma uzunluğu min. Değeri (S_{min})**
St 37	100	205	$2,1*10^5$	25*d
St 60	93	240	$2,1*10^5$	23*d
Yay çeliği	60	575	$2,1*10^5$	15*d
Dökme demir	80	154	$1,0*10^5$	20*d
Al- döküm	50	200	$0,7*10^5$	14,8*d

Elastik bölgede Burkulma ya neden olacak kuvvet (Euler bölgesi için)

$$F_{Bk} = (\pi^2 \; E \; I) / S^2$$

Burada;

F_{Bk}- Burkulma kuvveti (N)

E-Elastiklik sayısı (N/cm^2)

I-Çubuğun uzun eksenine göre atalet momenti (cm^4)

S- Burkulma uzunluğu

Elastik bölgede burkulmanın başlayacağı sınır gerilme

$$\sigma_{Bk} = F_{Bk} / A$$

Burada;

σ_{Bk}- elastik bölgede burkulmanın başlayacağı sınır gerilme

Tetmajer bölgesinde, yarı elastik yada elastik olmayan burkulma halinde ($\lambda < \lambda_o$) burkulma deneylerle elde edilen katsayılarla oluşturulmuş eşitlikler yardımıyla hesaplanır.

Çizelge 5 Burkulmada Tetmajer eşitlikleri

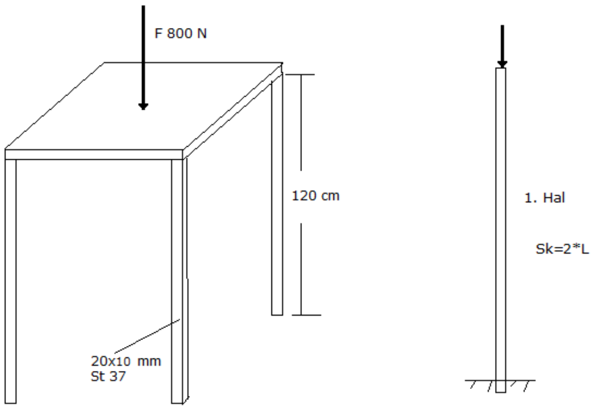
Malzeme	**Burkulma gerilmesi σ_{Bk} (N/mm^2)**
Çelik (St37, St60)	$310-1,14*\lambda$
Yay çeliği	$335-0,62*\lambda$
Nikel alaşımlı çelik	$470-2,3*\lambda$
Dökme demir	$776-2,3*\lambda+0,053\lambda^2$
Sert ahşap	$29,3-0,194*\lambda$

Elastik burkulmada çubuğun emniyet taşıyacağı yük
$F_{em} = F_{Bk} / S$

Emniyet katsayısı (S)
Euler bölgesinde $S \geq 3,5$
Tetmajer bölgesinde $\lambda \cong \lambda_o$ $S \geq 3,5$
$\lambda \cong 0$ $S \geq 1,75$

Örnek çözüm 10

Şeklide verilen iş masası üzerine 800 N ağırlığında bir makine konarak tamiri yapılacaktır. Masanın ayakları 120 cm uzunluğundadır. Masa ayakları 20X20 mm kare kesitli olup St 37 malzemeden yapılmıştır. Masanın burkulma emniyetini kontrol ediniz.



Masanın burkulma emniyeti için $F < F_{em}$ olmalıdır.
λ= s/i ;

$$i = \sqrt{I_{min}/A}$$

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{E/\sigma_p}$$

$I_{min} = bh^3 /12 = 20*10^3 = 20000/12 = 1666,67 \ mm^4$
$A = 20X10 = 200 \ mm^2$
$S = 2*L = 1200*2 = 2400 \ mm$
İ=$\sqrt{1666,67/200}$=2,886 mm
$\lambda = 2400/2,886 = 832,46$
$\lambda_o = 100$ (çizelgeden St37 için)

$\lambda > \lambda_o$ burkulma elastik, Euler bölgesinde 1. Hal S_k =2*L=2*1200=2400 mm

$F_{BK}=\pi^2*E*I/S_k^2$ =(3,14159)^2*2,1*10^5*1666,67 / (1200)^2=2398,86 N

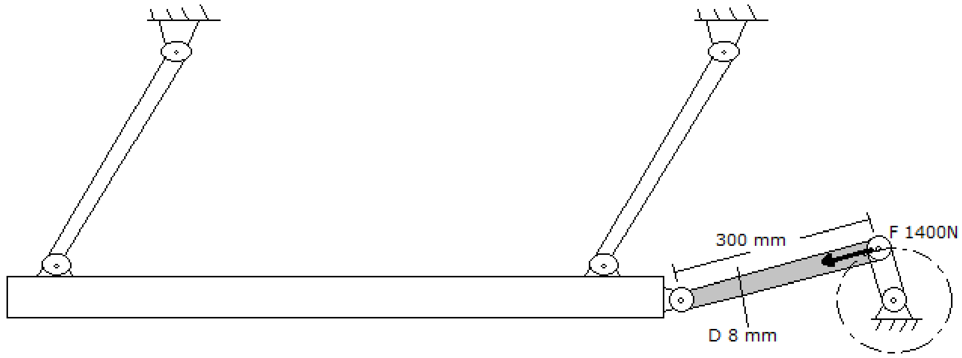
F_{em} =F_{BK}/S=2398,86/305=685,39 N

$F_{işl}$=F/4=800/4=200 N (yük dört ayak tarafından taşınıyor

$F_{em} > F_{işl}$ burkulma emniyeti var

Örnek çözüm 11

Şekilde verilen buğday eleği dakikada 45 devirle dönen bir krank tarafından git-gel hareketiyle sallanmaktadır. Krankla elek kasası arasında kullanılan sarsak kolu 8 mm çapında St 60 malzemeden yapılmış ve uzunluğu 300 mm olan daire kesitli bir çubuktur. Elek kasasını iterken kol üzerine 1400 N bası yükü gelmektedir. Bu çubuğun burkulma emniyetini kontrol ediniz.



Çubuğun burkulma emniyeti için ($F_{işl} < F_{em}$) yada ($\sigma_{Bk} < \sigma_B$) olmalıdır.

λ= s/i ;

$$i = \sqrt{I_{min}/A}$$

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{E/\sigma_p}$$

I_{min} = πD^4 /64 = $\pi(8)^4$ /64 =201,06 mm^4

A= πD^2 /4 = $\pi(8)^2$ /4 =50,26 mm^2

S=L=400 mm (2. Hal. İki taraftan oynak bağlı)

İ=$\sqrt{}$201,06/50,26=4,00 mm

λ=300/4,00=75

λ_o=93 (çizelgeden St60 için)

$\lambda < \lambda_o$ burkulma yarı elastik, Tetmajer bölgesinde

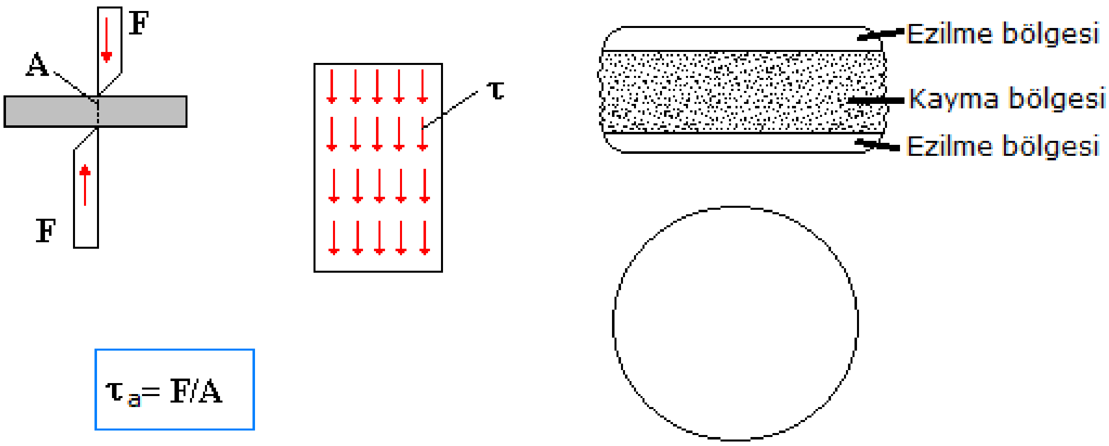
$\boldsymbol{\sigma_{Bk}}$ =310-1,14 λ= 310-1,14*75 =224,5 N/ mm^2

$\boldsymbol{\sigma_B}$ **=**F_{kol}/A=1400/50,26=27,85 N/ mm^2 (kolda oluşan bası gerilmesi)

$\boldsymbol{\sigma_{Bk}} > \boldsymbol{\sigma_B}$ burkulma emniyeti var

Makaslama kesme gerilmesi

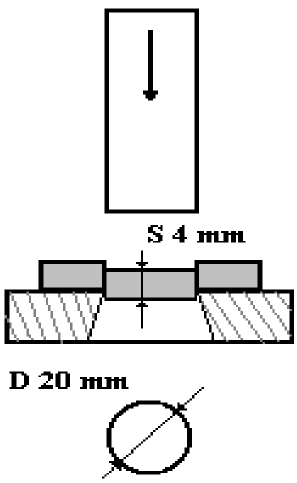
Eğilmeye çalışılan düşey yüklü kirişlerde ve aynı doğrultuda zıt yönde etkiyen iki kuvvet arasında kalan cisimlerde kesme kuvvetleri oluşur. Makasla kesilen malzemede bu şeklide yüklenme gözlenir. Bu kuvvetler cismin keskin kenarların temas noktalarından geçen kesit düzlemi içinde gerilmeler oluştururlar. Cismi bir kesme düzlemi boyunca kayarak bir birinden ayrılmaya zorlarlar. Bu durumda kesitte oluşan gerilmeler makaslama kesme gerilmesi olarak tanımlanır. Makaslama kesme gerilmesi kesit düzlemi içerisinde oluşur. Düzleme teğettir. Bu nedenle teğet gerilme veya kayma gerilmesi olarak adlandırılır. Gerilmelerin kesite eşit yayıldığı kabul edilir. İnce malzemelerde dağılımın düzgün olmadığı bilinmektedir. Kesmeye zorlanan cisimde keskin kenarların temas ettiği bölümde önce ezilmeler oluşur. Kesme gerilmesinin artmasıyla ezilme bölgesinde kaymalar başlar ve kesme gerilmesi kayma gerilmesini aştığı anda statik kopma gerçekleşir. Malzemenin kesilmiş yüzeyinde de bu bölgeleri görmek mümkündür. Şekil 34 de ezilme ve kayma bölgeleri görülmektedir. Makaslama kesme gerilmesi kesme kuvvetinin kesmeye zorlanan kesit alanına bölünmesiyle hesaplanabilir.



Şekil 34. Makaslama kesme gerilmesi

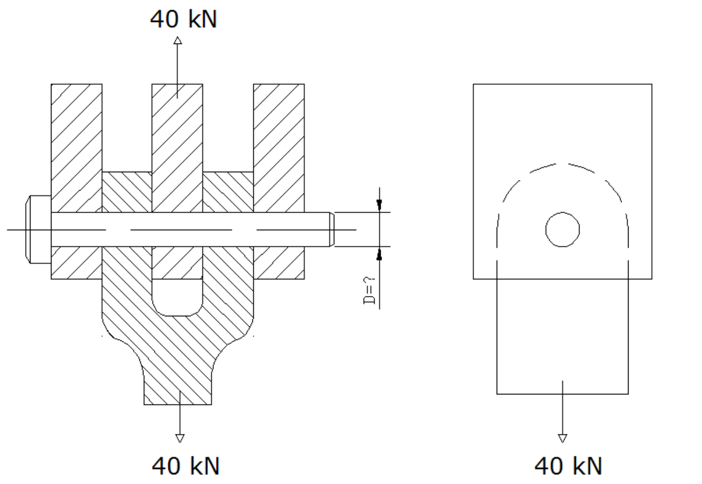
Sanayide sacların kesilmesinde kullanılan makaslar, deliklerin delinmesinde kullanılan zımbalar malzeme üzerinde makaslama kesme etkisi yaratarak parça koparırlar. Pratik yaşamımızda evde ve ofislerde kullandığımız kağıt makasları, budama makasları, delgeçler (delik zımbaları) bu şeklide çalışırlar.

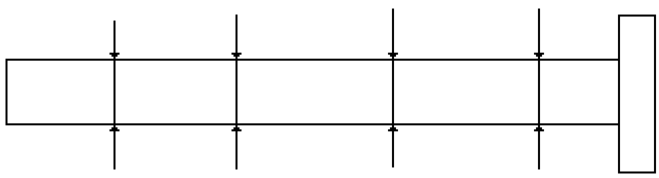
Örnek çözüm 12.
Kalınlığı 4 mm olan çelik sacda 20 mm çapında delilkler delinecektir. Bu delikleri delmek amacıyla pres ve zımba kullanılmıştır. Pres altında zımba tarafından sıkıştırılan sacdan zımbanın şeklinde parçalar koparak delik delinmektedir. Kullanılan sacın kayma mukavemeti (τ K = 40 N /mm2) olarak verilmiştir. Zımbaya uygulanacak kuvveti hesaplayınız.



τ = F/A
A = çevreXkalınlık=π d s = 3,14 * 20 * 4 = 251,32 mm^2
(kesilecek alan zımbanın altına inen silindirik parçanın (pul) yanal yüzeyidir.)
F = τ K * A = 40 *251,32 = 10053,09 N

Örnek çözüm 13.
Şekil de verilen kurt ağzı kavrama ile 40 kN yük çekilmek isteniyor. Yük bir çelik pim üzerinden taşınmaktadır. Kavrama pimi (τ_{kem}=20 N/mm^2) özellikteki malzemeden yapılmıştır. Bu yükü emniyetle taşıyacak pim çapını hesaplayınız.





Pim dört yerden kesmeye zorlanıyor. Kesilmeye zorlanan kesitin alanı pim alanının dört katı (4A)

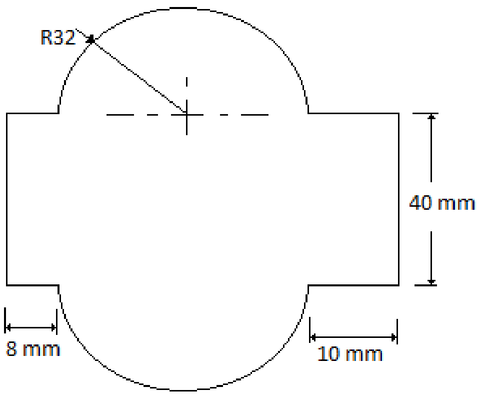
τ_a = F/4A $\qquad$ A = πD^2 /4

τ_a = F/4(πD^2 /4) = F/πD^2 $\qquad \Rightarrow$ D=$\sqrt{}$(F/$\pi\tau_{a\ em}$)

D=$\sqrt{}$ (40000/ π*20)= 25, 23 mm

Örnek çözüm 14.

Şekilde verilen makine parçası bir zımba yardımıyla 6 mm kalınlığında çelik sacdan kesilecektir. Zımbanın bir vuruşta bu malzemeyi kesebilmesi için gerekli kuvveti hesaplayınız. (τ_K= 12 N/mm^2)



τ_a = F/A $\qquad$ A= Ç*S $\qquad$ S=6mm

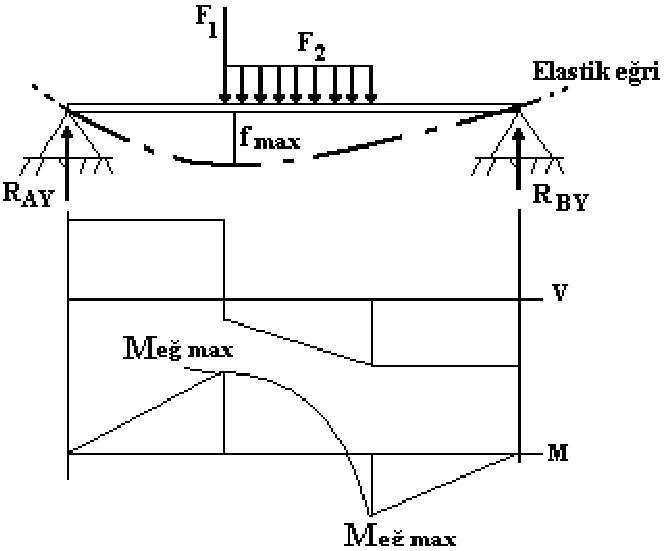
Ç=(2*b)+(2*L1)+(2*L2)+(2 π R)=(2*40)+(2*8)+(2*10)+(2*π*32)=317,06 mm

A=317,06*6= 1902,37 mm^2

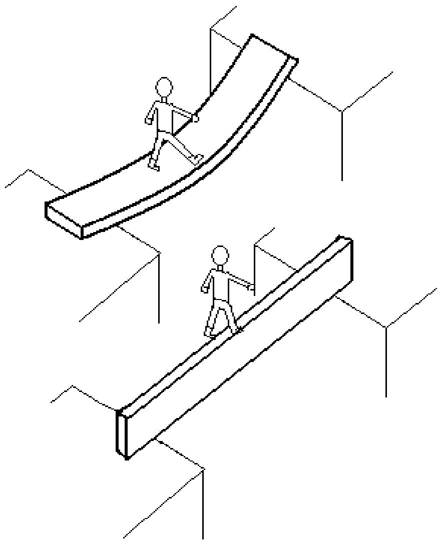
F=τ_a*A=12*1902,37 = 22828,345 N

Eğme gerilmesi

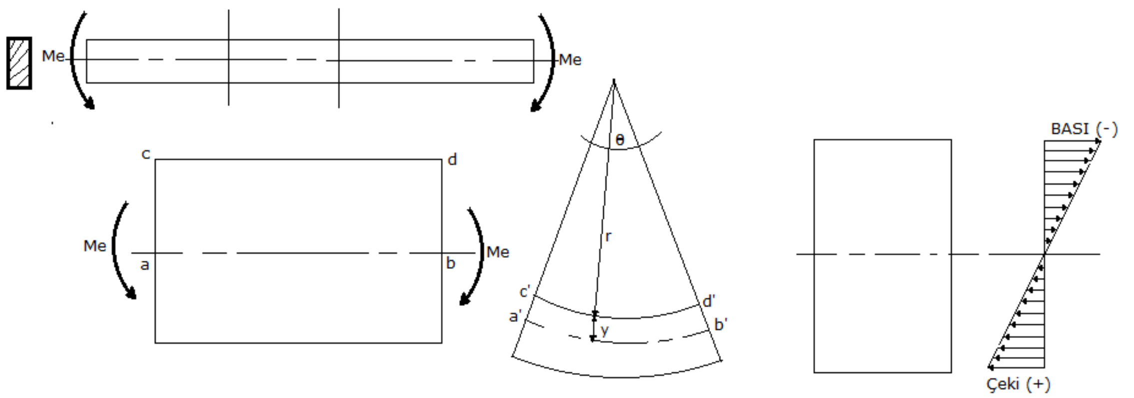
Cismin eksenine dik doğrultudaki kuvvetler eğilmeye neden olurlar. Bir köprü üzerimdeki kamyon, çiviye asılı elbise, çamaşır aslı askı ve benzeri yükler eğme yükü oluşturur. Eğme yükü oluşturan kuvvetin cisim tarafından taşınabilmesi için en az iki mesnet tarafından taşınması gerekir. Cismin üzerine gelen yükler bu mesnetler tarafından taşınır. Cisim mesnet yükleri ve zıt yöndeki eğme yükleri altında kalır. Bu yüklerin dağılımına bağlı olarak çeşitli şekillerde eğilir. Eğilme sonucu cismin ekseninin aldığı şekle plastik eğri adı verilir. Plastik eğri yükün etki biçimine ve mesnetlerin yerine bağlı olarak değişiklik gösterir. Bunun nedeni cismin eğilmesine neden olanın doğrudan kuvvet değil onun oluşturduğu momentin etkisidir.
Moment bilindiği gibi kuvvet ve kuvvet kolu çarpımıyla elde edilir.



Şekil 35. Eğme momentinin çubuğa yayılışı
Cisme etki eden eğme kuvvetlerinin mesnetlere olan uzaklığı eğme momentini oluşturur. Eğme momenti cismin her noktasına aynı değerde etki etmez. Mesnetler üzerinde sıfır olan eğme momenti cismin bazı yerlerinde en büyük değerini alır. Bu değişkenliğin sonucu olarak eğme momentinin kesitte yaratacağı eğme gerilmesi de değişiklik gösterir.
Çubukta sıfırdan max.a kadar değişen değerler olduğu zaman en tehlikeli kesit dikkate alınır. Bu kesit kuvvet veya momentin en büyük olduğu kesittir. Eğme gerilmesi hesaplanırken eğme momentinin en büyük olduğu kesitler dikkate alınır. Eğme momenti etkisinde kalan cisim içbükey veya dışbükey şekiller alır. Bu şekil değiştirmeye çökme veya sehim denilmektedir. Cisimde oluşan çökme miktarı kesitin özelliklerine ve momentin büyüklüğüne bağlıdır. Eğme sonucunda kesitte eğme gerilmeleri denen çeki be bası gerilmeleri ile gene aynı kesit düzlemi içerisinde kalan kesme kuvvetleri oluşur. Kesme kuvvetleri çubuk üzerinde makaslama kesme etkisi yaratır. Kesme kuvvetleri yüksekliği enine göre fazla olan cisimlerde ve kayma gerilmesi düşük olan ahşap gibi cisimlerde dikkate alınır. Kesme kuvvetinin etkisiyle kesitte makaslama kesme gerilmesi oluşur. Bu gerilme kesitin geometrik şekline bağlı olarak hesaplanır.



Şekil 36. Şeklin kullanımının dayanıma etkisi
Eğme sonucu kesitte oluşan eğrilik cismin bazı kesimlerinin uzamaya bası kesimlerinin kısalmaya zorlandığını gösterir. Kesitte eğrinin dış kısmı, nötr eksenden dışta kalan kısım, nötr eksene göre uzamaya zorlanır. Uzamaya zorlanan malzeme çeki gerilmesi etkisindedir. İç tarafta ise malzeme kısalmaya zorlandığı için bası gerilmesi etkisindedir.
Görüldüğü gibi eğilme sonucunda kesitin bir kısmı çekiye bir kısmı da basıya zorlanıyor. Çeki gerilmesi ile bası gerilmesi zıt yönlü gerilmelerdir. Bunların birbirinden diğerine geçiş nötr eksen üzerinden olur. Nötr eksen kesitin ağırlık merkezinden geçen eksendir. Nötr eksenden en uzak noktada en büyük gerilme oluşur. Kesitin en büyük çeki gerilmesi en dıştaki malzeme lifi üzerinde meydana gelir. Kesitteki eğme gerilmesi diye tarif edilen gerilme aslında en büyük eğme momentinin etkidiği kesitteki en büyük çeki gerilmesidir. Eğme momentini taşıyan malzemenin dayanımı üzerine şekil de etkilidir. Çeki ve bası gerilmelerinde şeklin etkisi yoktur. Çeki kuvveti etki eden aynı kesit alanına sahip çubuklarda çubuk kesitinin daire veya kare şekilli olması dayanımı etkilemez. Ancak eğmede böyle değildir. Eğmeye zorlanan malzemede şekil etkilidir. Şeklin nasıl kullanıldığı önemlidir. Örneğin; dikdörtgen şekilli bir çubuğu iki mesnet üzerine koyalım ve ortasından etki eden bir kuvvetle eğmeye zorlayalım. Eğer dikdörtgeni kısa kenarı yükseklik olarak kullanırsak dayanım azalır ve malzeme fazla çökme yapar. Aksine uzun kenarını yükseklik olarak kullandığımızda dayanım artar ve malzeme çok az çökme yapar. Bu şekil kullanımını hesaplara aktarırken "mukavemet momenti" (W) denen bir kavram kullanacağız. Mukavemet momenti şekil dayanımı olarak ta tanımlanabilir.



Şekil 37. Eğmeye zorlanen liflerdeki şekil değişimi ve gerilmenin dağılımı
Eğilmeye zorlanan kirişin üzerinden alınan bir küçük parçanın eğilmeden önceki ve sonraki hali şekil de verilmiştir. Görüleceği gibi eğilmeden önce ab olan düz uzunluğun eğilmeden sonra a'b' yayına dönüşmektedir. Aynı şekilde cd düz uzunluğu c'd' yayına dönüşmüştür. Burada ab lifinin düz uzunluğu elastik eğri üzerinde olduğundan uzunluğu değişmemiş ve

a'b' yayının uzunluğu aynı kalmıştır. Ancak c'd' yayı nötr eksenden y kadar uzakta olduğundan uzunluğu cd uzunluğundan fazladır. Burada cd lifindeki birim uzama aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

cd= (a'b'-ab)/ab= $[(r+y)\theta - r\theta]/ r\theta = y/r$

Burada;

r-cd lifinin eğrilik yarıçapı

y- ab lifi ile cd lifi arasındaki uzaklık

θ- c'd' lifini gören merkez açı

Hooke yasası gereğince

$\sigma_z = E.\ \varepsilon_z = E\ (y/r)$

$Mx = \int \sigma_z.dA.y = \int (E.y/r_x).dA.y = E/\ r_x \int y^2\ dA = E.I_x/\ r_x$

Burada;($\int y^2$ dA) ifadesi o şeklin X-eksenine göre atalet momenti değerini ifade etmektedir.

Bu eşitliklerden ($1/r_x = Mx/E.I_x$) ifadesi (σ_z) eşitliğinde yerine konursa

$\sigma_z = (Mx/\ I_x\ )y$

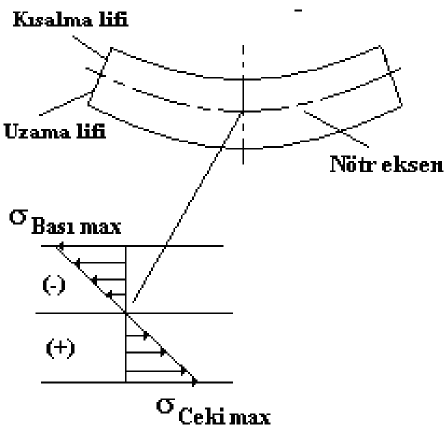
Burada; (I_x /y=Wx). Wx mukavemet momentidir.

$\sigma_z = Mx/Wx$

Eşitliğin y_{max} için düzenlenmesi halinde ($Wmax = Ix/y_{max}$) yazılabilir. Bu durumda (σ_z) için;

$\sigma_{z\ max}$ = Mx/Wx yazılabilir. Burada (y) değerinin nötr eksenin hangi tarafında olduğuna bakarak (+y) ve (-y) şeklinde ifade edilmesiyle ($+\sigma_z$) çeki gerilmesi ve ($-\sigma_z$) bası gerilmesi olarak yorumlanabilir. Nötr eksen üzerinde (y=0) olduğu için ($\sigma_z = 0$) olduğu görülebilir. Nötr eksen üzerindeki lifte gerilme sıfırdır, lifte uzama görülmez.

$\sigma_z = \sigma_e$; Wx=We ; Mx=Me olarak gösterileblir.



Şekil 38. Eğme gerilmesinin kesite dağılımı

Herhangi bir kesitteki eğme gerilmesi o kesite etki eden eğme momentinin kesitin mukavemet momentine bölünmesiyle hesaplanır. Genel olarak eğmeye zorlanan bir çubuğun herhangi bir kesiti değil momentin en büyük olduğu kesitleri dikkate alınarak hesap yapılır.

Düşey yüklü çubuklara etki eden eğme momentlerinin ve çökmenin hesaplanmasında birçok yol kullanılmaktadır. Bunlar,

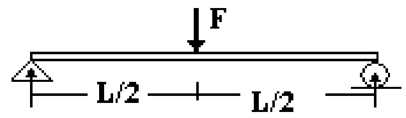
a) Kesit yöntemi

b) Eşlenik çubuk metodu

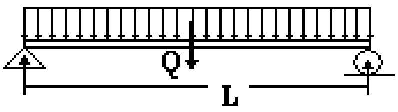
c) Grafik yöntem

Bunların yanında bilinen yükleme şekillerini örnek alarak eşitliklerin hazır olarak verildiği çizelgelerde hızlı çözümler için kullanılmaktadır.

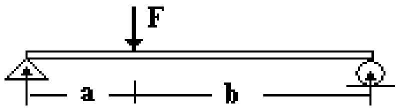
Bu çizelgeden bir örnek aşağıda verilmiştir.



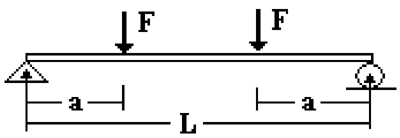
$$M_{max} = \frac{F \cdot L}{4} \qquad f_{max} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$$



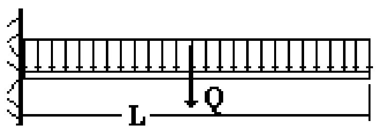
$$M_{max} = \frac{F \cdot L}{8} \qquad f_{max} = \frac{5\ F \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I} \qquad [F = Q\ L]$$



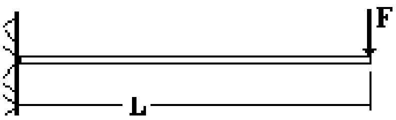
$$M_{max} = \frac{F \cdot a \cdot b}{L} \qquad f_{max} = \frac{F \cdot L^3}{3\ E \cdot I}\ \frac{a^2}{L^2}\ \frac{b^2}{L^2}$$



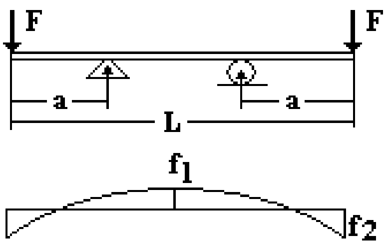
$$M_{max} = F \cdot a \qquad f_{max} = \frac{F \cdot L^3}{8\ E \cdot I}\ \frac{a}{L}\left[1 - \frac{4}{3}\ \frac{a^2}{L^2}\right]$$



$$M_{max} = \frac{F \cdot L}{2} \qquad f_{max} = \frac{F \cdot L^3}{8\ E \cdot I} \qquad [F = Q\ L]$$



$$M_{max} = F \cdot L \qquad f_{max} = \frac{F \cdot L^3}{3\ E \cdot I}$$



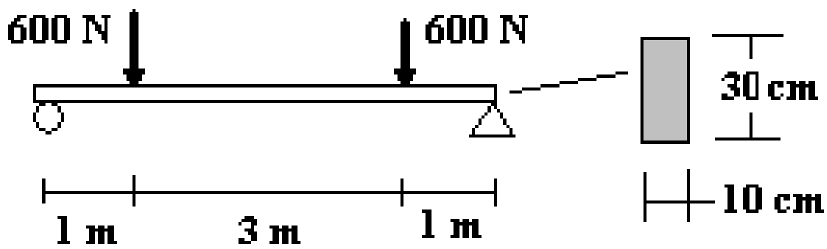
$$M_{max} = F \cdot a \qquad f_1 = \frac{F \cdot L^3}{8 \cdot E \cdot I}\ \frac{a}{L}$$

$$f_2 = \frac{F \cdot L^3}{2 \cdot E \cdot I}\ \frac{a^2}{L^2}\left[1 + \frac{2}{3}\ \frac{a}{L}\right]$$

Şekil 39. Düşey yüklü kirişlerde eğme momenti ve çökme (sehim) eşitlikleri

Örnek çözüm 15.

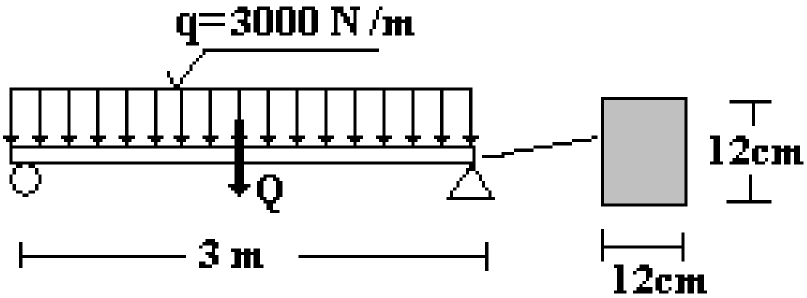
Şekilde verilen kirişe 600 N değerinde iki kuvvet etki etmektedir. Kiriş ahşap olup (10 X 30 cm) boyutlarındadır. Kiriş toplam uzunluğu 5m dir. Kenardan 1 m içeride simetrik olarak etki eden bu yükün oluşturacağı max. Çökmeyi (fmax.) ve Eğme momentini (σeg) , hesaplayınız. ($E_{Ahşap}$ = $5*10^6$ N/cm2 (MPa)



Çözüm: Kirişte oluşacak max. Eğme momenti
Meg.max=F * a = 600 *100 =60 000 Ncm
Max. Çökme kuvvetler arasındaki bölgede olşur.
Fmax = $[(F*L^3)/(8 E *I)]$ (a/L) [1- (4 a^2) / (3 L^2)]
I= b*h3/12 = 10 $*30^3$ / 12 = 22500 cm4
Fmax = [$(600*500^3)/(8*5*10^6*22500)$] (100/500) [1- $(4*100^2/3*500^2)$]= 0,0157 cm
Max.eğme momenti.
σeg = Meg / W
W = b h^2 / 6 = (10 $*30^2$) / 6 = 1500 cm^3
σeg = 60000 / 1500 = 40 N / cm^2

Örnek çözüm 16.

Şekilde verilen kirişe 3000 N/m değerinde düzgün yayılı yük etki etmektedir.Kiriş çelik olup (5 X 5 cm) boyutlarındadır. Kiriş toplam uzunluğu 3 m dir. Bu yükün oluşturacağı max. Çökmeyi (fmax.) ve Eğme momentini (σeg) , hesaplayınız. (EÇelik = $21*10^6$ N/cm^2 (MPa)



Çözüm: Kirişte oluşacak max. Eğme momenti
Meg.max=Q * L/8
Q = q * L = 3000 * 3 = 9000 N
= 9000 * 300 /8 =337500 Ncm
Max. Çökme kuvvetler arasındaki bölgede oluşur.
Fmax = $(5*F*L^3)/(384 E *I)$
I= $a^4/12$ = 124 / 12 = 1728 cm^4
Fmax = $(5*9000*300^3)/(384*21*10^6*1728)$= 0,087 cm
Max.eğme momenti.
σeg = Meg / W
W = $a^3/6$ = (12^3) / 6 = 288 cm^3
σeg = 337500 / 288 = 1171,87 N / cm^2

Burulma gerilmesi
Dönen miller, kapı çevirme kolunun mili, plaka şeklinde yaylar ve benzeri malzemeler üzerinde döndürme momenti veya kuvvet çifti etkisiyle burulma gerilmesi oluşur. Burulma cisme etki eden döndürme momentinin sonucunda oluşur. Bazen bir motora bağlı olarak çalışan milde olduğu gibi, mil üzerinde moment iletimi sırasında, bazen de kuvvet çifti etkiyen, örneğin elle çevrilen bir vidada olduğu gibi moment etkisi mili dönme ekseni etrafında burulmaya zorlar. Burulma açısal yer değiştirmedir. Burulma dönme açısı olarak

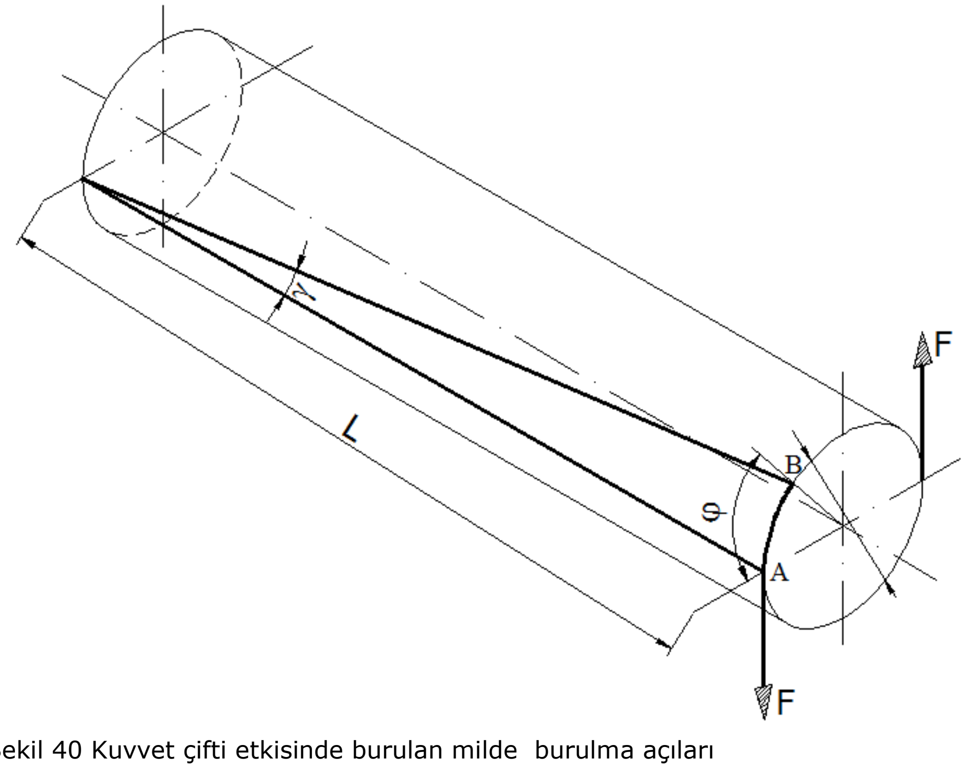
tarif edilir. Burulan cisimde dönme eksenine dik kesit içerisinde gerilme oluşur. Bu gerilmeler kesitin bir tarafının diğerine göre dönmeye zorlanması şeklinde gözlenir. Bunun sonucu olarak gerilme bu düzlemin içerisinde oluşur. Düzleme teğet olan bu gerilmeler teğet gerilme veya daha yaygın adıyla "kayma gerilmesi" olarak adlandırılır. Gerilmenin büyüklüğü; döndürme momentinin değerine, milin çapına ve uzunluğuna bağlı olarak değişir. Kayma gerilmeleri dönme ekseni üzerinde sıfır (nötr eksen), eksenden uzaklaştıkça artan değere sahiptir. En dışta en büyük gerilmeler oluşur. Gerilme hesaplanırken malzemenin dönme ekseni olan Z-ekseni dikkate alınır. Bu eksene aynı zamanda "polar eksen" de denmektedir. Polar eksene göre atalet momenti (I_P) X ve Y eksenlerine göre atalet momentinin toplamına eşittir.

$I_P = I_X + I_Y$

Daire kesitli bir mil için bu eşitliği yazacak olursak

$I_P = I_X + I_Y = \pi D^4/64 + \pi D^4/64 = \pi D^4/32$

Kaymaya zorlanan cisimlerde gerilme ile uzama arsındaki ilişki (G) kayma sayısı ile tarif edilir. Normal gerilmelerde, gerilme uzama ilişkisi nasıl (E) elastiklik sayısı ile ifade ediliyorsa kayma gerilmesinde de (teğet gerilmede) kayma sayısı aynı şekilde kullanılır.

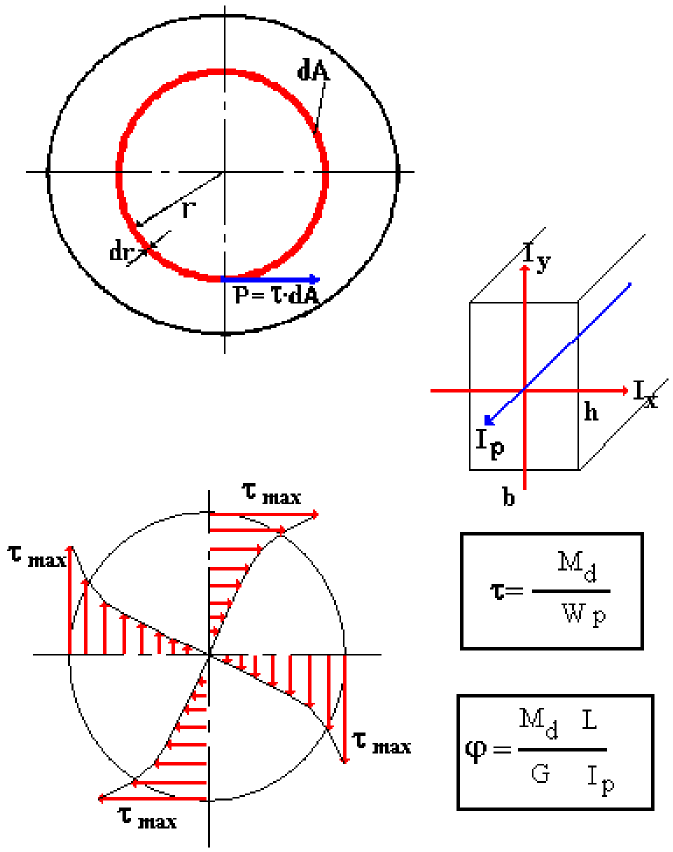


Şekil 40 Kuvvet çifti etkisinde burulan milde burulma açıları

Kuvvet çiftinin etkisiyle Md=F*D kadar bir moment etkiyen (L) uzunluğunda ve (D) çapındaki milde burulma oluşur. Bu burulma bir yer değiştirme olarak tarif edilen şekil değişikliği yaratmaktadır. Şekilde görülen A noktası (φ) açısı kadar dönmüş ve B noktasına kadar yer değiştirmiştir. Açısal dönme miktarı L uzunluğunca bakıldığında ise aynı yayı gören (γ) açısı kadar bir dönme açısı ile tarif edilebilir.

Milde oluşan şekil değişikliğinin milde oluşan gerilmeyle aynı dağılımı göstereceği yaklaşımından hareketle en büyük yer değiştirmenin oluştuğu en dış çapta da en büyük gerilmenin olacağı sonucu çıkarılabilir. Bu durumda gerilmenin kesite eşit dağılmadığı anlaşılıyor. Merkezde gerilmenin olmadığı ve en dışta ise en büyük gerilmenin olduğu söylenebilir. Bu nedenle en dıştaki lifte oluşan gerilme kırılma nedeni olacağından dikkate alınacak gerilmede en dıştaki lifte oluşan gerilme olmalıdır. Bu gerilme $t_{max.}$ olarak ifade edilir.

Mil uzunluğu dikkate alındığında şekil değiştirmenin milin uzunluğuyla da ilgili olduğu ortaya çıkar. Mildeki toplam şekil değiştirme açısı (φ) mil malzemesine ve milin uzunluğuna da bağlıdır.



Şekil 41. Burulma gerilmesi

Bir motor tarafından döndürülen millerde döndürme momenti hesaplanırken (N) iletilen güç (kW) ve (n) iletim devrinden (min^{-1}) yararlanılır.
Md = 955494 (N / n)   (Ncm)

Bil kol üzerine etki eden kuvvetin yarattığı döndürme momenti ise (F) kuvvet (N) ve (L) dönme eksenine uzaklığı (cm) ile hesaplanır.
Md = F *L   (Ncm, Nmm)

Bir kuvvet çiftinin oluşturduğu döndürme momenti ise (F) kuvvet çiftinde kuvvetlerden birinin değeri ile (L) iki kuvvet arasındaki uzaklık (cm) yardımıyla hesaplanır.
Md = F*L   (Ncm,Nmm)

Milde oluşan enbüyük kayma gerilmesi
τ_{max} =Md/W_p (N/mm^2)

Polar mukavemet momenti atalet momentine benzer şekilde hesaplanarak daire kesitli bir mil için   Wp =πD^3 / 16 (m^3)

Burulan milde oluşan şekil değişikliği, burulma açısı ile belirtilir. Toplam burulma açısı, milin ve malzemenin özelliklerinden yararlanarak ve yuvarlak şekilli miller için;
θ = (Md *L) / (G * I_P)   (Rad)
Sonuç Raydan cinsinden alınır. Bir tam dönüş (2π) raydan yada (6,28 Radyan) olduğuna göre
2π Rad = 6,2831 Rad = 360°
1 rad ≅ 57,3°

Bu eşitlik değerleri yardımıyla (Raydan) değeri (Derece) değerine çevrilir.

Çizelge 6 Bazı Malzemelerin Kayma Sayıları

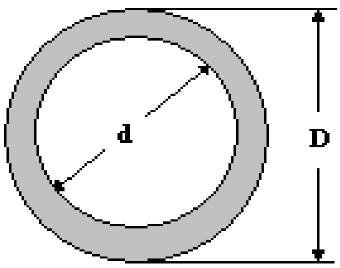
Malzeme	G (N/cm2)		Malzeme	G (N/cm2)
Alüminyum alaşımları	3*106		Dökme demir	4*106
Bronz	5*106		Paslanmaz çelik	7*106
Karbonlu çelik	8*106		Ahşap	6,8*106

İçi Boş Millerde Burulma

Kayma gerilmesinin en büyük değeri milin dış yüzeyinde oluşmaktadır. Milin iç kısımlarında gerilmeler daha düşüktür. Ağırlığın istenmediği bazı yapımlarda millerin içi boşaltılarak hafifletilir. Boru şeklinde miller kullanılır. Sadece burulmaya zorlanan millerde bu yola gidilebilir. Örneğin içi dapının
yarısı çapla delinmiş bir mil %25 hafifler mukavemetinden kaybı ise ancak %6 düzeyinde kalır. İçi boş milin polar atalet momenti çıkarma yöntemiyle aşağıdaki yazılabilir.

$IP = \pi\ (D^4 - d^4) / 32$

$\tau Max = Md / WP = (16\ Md\ D) / \pi\ (D^4 - d^4)$

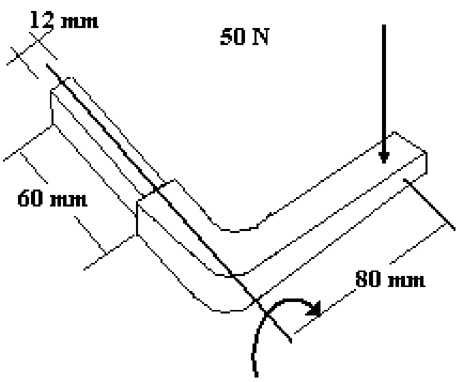


Şekil 42. İçi boş mil kesiti

Dikdörtgen kesitli millerde gerilme dağılımı daire kesitli millerden farklı olarak en büyük gerilme uzun kenarın ortasında oluşur. Kısa kenardaki gerilmeler daha küçüktür.

Örnek çözüm 17.

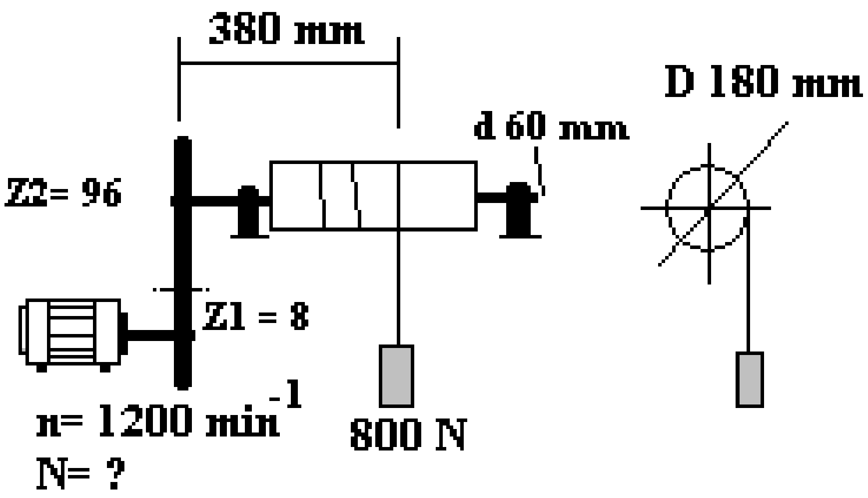
Şekilde verilen kapı tutamağı ile kapı kilit mekanizması çalıştırılmaktadır. Tutamağın kilit içerisinde kalan 60 mm kısmı (12 mmX12 mm) dönerek kilit dilini içeri çekmektedir. Tutamak üzerine el ile uygulanan 50 N değerindeki kuvvet ile döndürme momenti oluşturulacaktır. Kuvvet ile dönme ekseni arası uzaklık 80 mm olduğuna göre döndürme momentini, kayma gerilmesini ve burulma açısının hesaplayınız. (G çelik = 8*106 N/cm2)



Çözüm:
Md = F*L = 50 * 8 = 400 Ncm
τMax = Md / WP
WP = WX + WY = (b3 / 6) + (b3 / 6) = (b3 / 3) = 1,23 / 3 = 0,576 cm3
τMax = 400 / 0,576 = 694,44 N/cm2
θ = (Md *L) / (G * IP)
IP = IX + IY = (b4 / 12) + (b4 / 12) = (b4 / 6) = 1,24 / 6 = 0,3456 cm4
θ = (400 * 60) / (8*106 * 0,3456) = 0,00868 Rad = 0,00868 * 57,32 = 0,49°

Örnek çözüm 18.

Şekilde verilen motorlu vinç 800 N yükü kaldıracaktır. Halatın bağlı olduğu tambur çapı 180 mm ve halata kadarki burulan mil uzunluğu da 380 mm dir. Mil çelik olup çapı 60 mm dir. Tambur milini çeviren motor, Z1= 8 diş ve
Z2 = 96 diş dişli çarklar yardımıyla mile moment iletmektedir. Motor devri 1200 min-1 dir. Bu yükü kaldıracak motor gücü (kW) ne olmalıdır? Milde oluşacak gerilmeyi ve toplam burulma açısını hesaplayınız.



Md motor = Md yük olmalıdır.
Md yük =F* D/2 = 800 * 18/2 = 7200 Ncm

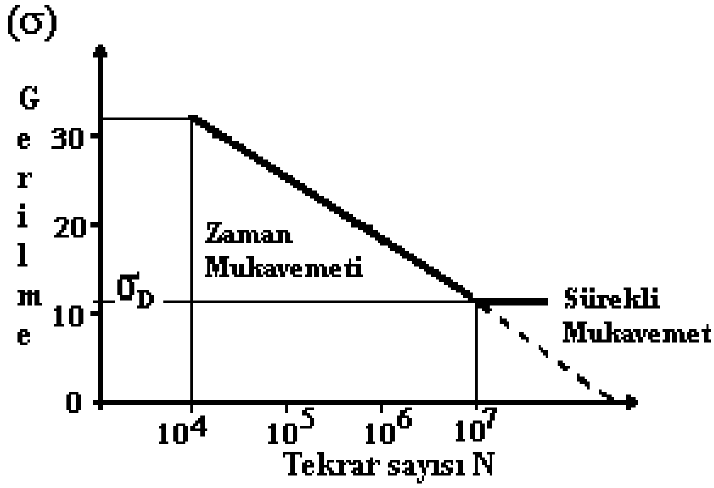
Md motor = 955494 N/n N = Md yük * n / 955494
n2 = (Z1/Z2) n1 = (8/96) 1200 = 100 min-1

N = 7200 * 100 / 955494 = 0,75 kW

τMax = Md / WP

WP = π d3 / 16 = 3,14 * 63 / 16 = 42,41 cm3
τMax = 7200 / 42,41 = 169,77 N/cm2
θ = (Md *L) / (G * IP)
IP = π d4 / 32 = 3,14 * 64 / 32 = 127,23 cm4
θ = (7200 * 38) / (8*106 * 127,23) = 0,000268 Rad = 0,000268 * 57,32 = 0,015 °

Yorulma;
Malzeme üzerine kopma gerilmesi yaratacak büyüklükte bir kuvvet ettiğinde kopma gerçekleşir. Kopma olayı yükün bir defalık etkimesiyle ortaya çıkar. Buna bir tekrarlı yük olarak bakılır. Kopma gerilmesinden daha küçük bir yükü malzeme üzerine etki ettirdiğimizde bir defalık tekrarda kopma olmaz ancak aynı yük tekrar cisme etki ederse gene kopma gerçekleşebilir. Bu durumda kopma çok tekrarlı yük sonunda oluşmuştur. Malzemeler sadece kopma gerilmesi yaratacak büyüklükteki yükler altında kopmazlar. Bu yükten çok daha küçük yükler altında da kopma gerçekleşir. Küçük yükler altında kopmanın oluşması için yükün tekrar etmesi gerekir. Çok küçük yükler dahi büyük tekrar sayıları sonunda kopmaya neden olabilirler. Bu şekilde oluşan kopma "yorulma" kopmasıdır. Yükün tekrar etmesi ile malzemenin yorulduğu ve yeterli tekrar sonunda da kopması beklenir. Yorulma olayı yükün tekrar sayısı ile yakından ilişkilidir. Yük arttıkça daha küçük tekrar sayıları kopmaya neden olurken yük küçüldükçe daha büyük tekrar sayıları ile kopmaya neden olabilirler. Yük ve tekrar sayısı bir birine ters orantılı olarak yorulmayı etkiler. Malzemenin yorulma özelliğini incelemek üzere Wöhler tarafından yapılan bir seri deneme sonuçları şekil 16 da sunulmuştur.



Şekil 43. Wöhler diyagramı

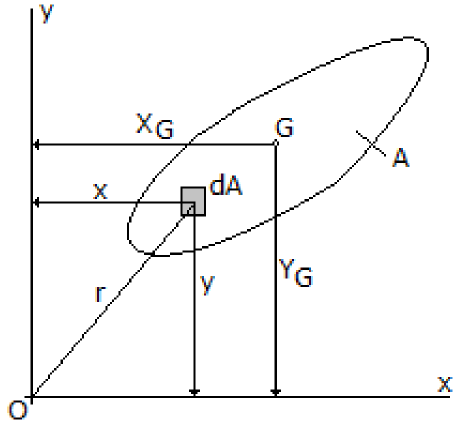
Diyagramın düşey ekseni malzemede oluşturulan gerilmeyi ve yatay eksende yük tekrar sayısını vermektedir. Diyagramdaki çizgi üzerinde bir noktadan yatay giderek o noktadaki gerilmeyi ve düşey inerek kopmaya neden olacak yük tekrar sayısını elde edebiliriz. Örneğin (18 daN/mm2) gerilimde malzeme (10^6) yük tekrarında kopacaktır. Çelik malzeme üzerinde yapılan yorulma deneylerinde elde edilen diyagramda iki farklı davranış bölgesi görülmektedir. Birinci bölümde malzemenin ömrü yük tekrar sayısıyla kısıtlıdır. Önceden tahmin edilebilen bir ömre sahiptir. Genellikle bu bölge (10^4) yük tekrar sayısından başlamakta ve (10^7) yük tekrar sayısında bitmektedir. Malzeme denemeleri göstermiştir ki yükün (10^7) tekrarında kopmadığı gerilme değerinde ömür sonsuzdur. Bu gerilme değerinde (10^8) ve daha fazla tekrarda kopma olmamaktadır. Bu nedenle bu gerilme değeri ve altındaki gerilmelerde yorulma olmaması malzeme ömrünün tekrar sayısından bağımsız olduğunu göstermektedir. Bu nedenle (10^7) yük tekrarında kopma oluşmayan bu gerilme değeri "sürekli mukavemet" olarak adlandırılır. Çeliklerde gözlenen bu ilişki diğer metallerde biraz farklıdır. Örneğin Alüminyumda küçük gerilme değerlerinde yük tekrar sayısı (10^8) tekrarda dahi kopmaya neden olmaktadır ve sürekli mukavemet değeri yoktur. Diyagramdaki kesikli kısım böyle bir ilişkiyi göstermektedir. Malzemelerde yorulmayı artıran birçok etmen vardır. Bunlar, aşırı büyük boyutlar, yüzey pürüzlülükleri, korozyon etkisi, torna ve freze işleme izleri, keskin kıvrımlar, ani çap daralmaları, segman ve o-ring yuvaları, içyapıdaki cüruf ve tufal artıkları gibi etmenlerdir. Diğer yandan küçük taneli içyapı, bası gerilmeleri etkisindeki bölümler, hadde, nitrürleme, alevli sertleştirme ile elde edilen yüzey sertlikleri ve alaşımlama gibi etmenler yorulma dayanımını artırır.

EKLER

Alan eylemsizlik momentleri

Cismin seçilmiş eksene dik durumda bir yüzeyinin, yüzey şeklini değiştirmeye çalışan kuvvete koyduğu tepkidir. Ayrıca kütle atalet momenti de cisim için hesaplanabilir. Bu durumda cismin kütlesi ve ölçüleri öne çıkmaktadır. Kütle atalet momenti, cismi hareket etmeye zorlayan kuvvete gösterdiği tepkidir.

Alan statik momenti (birinci moment)



Şekil 44 Alan eylemsizlik momenti

$S_X = \int_{(A)} (y\, dA)$ (cm^3) (alanın X- eksenine göre satatik momenti)

$S_X = y_G A$

$S_y = \int_{(A)} (x\, dA)$ (cm^3) (alanın y-eksenine göre statik momenti)

$S_Y = x_G A$

Burada (x_G ve y_G – ağırlık merkezinin koordinatlarıdır)

Alanın ağırlık merkezinin (G) koordinatları

$X_G = S_y / A$ (cm)

$Y_G = S_x / A$ (cm)

Eğer X ve Y-eksenleri ağırlık merkezinden geçiyorsa (x_G ve y_G = 0) olacağından (S_X ve S_Y = 0) statik momentte sıfırdır.

Alan atalet (eylemsizlik) momenti

$I_X = \int_{(A)} (y^2\, dA)$ (cm^4)

$I_y = \int_{(A)} (x^2\, dA)$ (cm^4)

Çapım atalet momenti

$I_{XY} = \int_{(A)} (x\, y\, dA)$ (cm^4)

Kutupsal (polar) atalet momenti

$I_P = I_X + I_y = \int_{(A)} (r^2\, dA) = \int_{(A)} (y^2\, dA) + \int_{(A)} (x^2\, dA)$

Alan atalet yarıçapı

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

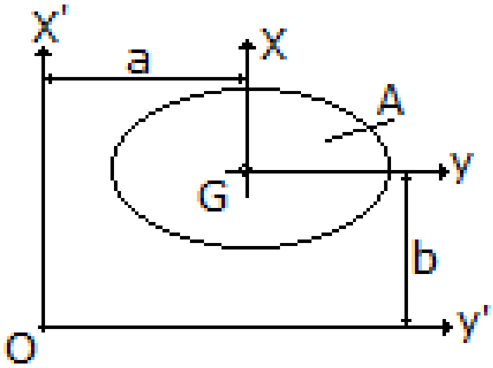
$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

Eksenlerin kaydırılması (Steiner Teoremi)

Düzgün geometrik şekilli cisimlerin kendi ağırlık merkezinden geçen eksenlere (x,y) göre atalet momentleri basit eşitliklerdir ve kolayca hesaplanırlar. Ancak bu eksenlerden farklı bir eksen takımı (x′,y′) atalet momenti hesaplanmak istendiğinde işlemler zorlaşmaktadır(şekil 16). Bunun için eksenlerin kaydırılması işlemi denen bir eşitlik yardımıyla ağırlık merkezinden geçen eksenlere göre hesaplanmış atalet momenti bu yeni eksen takımına kaydırılarak yeni atalet momenti hesaplanabilir. Bu işlem Steiner eksen kaydırması olarak bilinir.

$I_{X'} = I_X + a^2A$

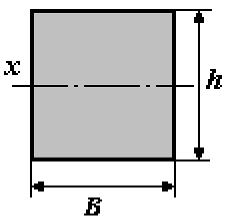
$I_{Y'} = I_Y + b^2A$



Şekil 45 Eksen kaydırması

Bilinen geometrik şekillerin mukavemet momentleri çizelge de verilmiştir.

Çizelge 2 Bazı düzgün geometrik şekillerin alan (A), atalet momenti (I) ve mukavemet momenti (W) eşitlikleri

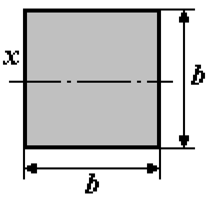


$A = B \,.\, h$

$$I_X = \frac{B\,h^3}{12}$$

$$W_X = \frac{B\,h^2}{6}$$

$$y = \frac{h}{2}$$

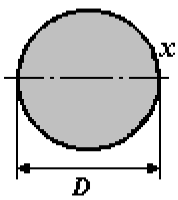


$A = b^2$

$$I_X = \frac{b^4}{12}$$

$$W_X = \frac{b^3}{6}$$

$$y = \frac{b}{2}$$

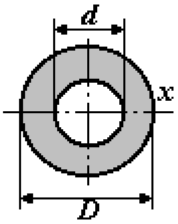


$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$I_X = \frac{\pi D^4}{64}$$

$$W_X = \frac{\pi D^3}{32}$$

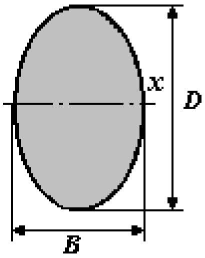
$$y = \frac{D}{2}$$



$A = \pi (D^2 - d^2) / 4$

$I_X = \pi (D^4 - d^4) / 64$

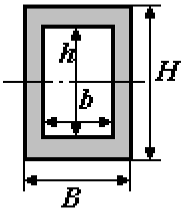
$WX = (\pi / 32) . [(D^4 - d^4) / D]$



$A = \pi BD / 4$

$I_X = \pi BD^3 / 64$

$W_X = \pi BD2 / 32$



$A = BD\text{-}bd$

$I_X = (BD^3 - bd^3) / 32$

$W_X = (BD^3 - bd^3) / 6 D$